

100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

원리탐구 III·IV을 이해한(초5·6)

스토리텔링 · 영재교육원대비

Mathematics

Storytelling

Novel

Puzzle

저자 최경호

II상

최상위권 학생이 되기 위한
수학적 창의 · 사고 · 상상력 향상 그리고 재미

특별 콘테츠

- 콘테츠 1. 탐구예제 동영상 서비스(www.m1239.com)
- 콘테츠 2. 수학소설 6권의 내용을 수문제집화 하여 수록 및 동영상 서비스
- 콘테츠 3. 생활 속의 수학과 풍부한 읽을거리 제공



외미우스의 띠 (Möbius strip)

한쪽의 면에 한 방향으로만 계속 갈 수 있어 양쪽의 구분을 수 없는 단색의 띠(Möbius strip)



클라인 병(Klein bottle)

한쪽의 면에 2방향으로 계속 가면 양쪽의 구분을 수 없는 단색의 띠(Klein bottle)



SNP II (상)



클라인 병 (Klein bottle)

독일의 수학자 F.클라인이 고안한 바깥쪽과 안쪽을 구별할 수 없는 단측곡면(單側曲面)

SNP II (상) 차례

제1편 창의력 문제

제 1강	수와 연산A	5
	수와 연산B	15
제 2강	식의 계산A	27
	식의 계산B	37
제 3강	규칙성과 함수A	49
	규칙성과 함수B	59
제 4강	여러 가지 창의력(1)	69

제2편 수학소설(6권) 문제

제 1권	암호세상1	85
제 2권	암호세상2	91
제 3권	흥미진진 수학이야기	97
제 4권	숫자1: 나는 어떻게 수학을 좋아하게 되었을까?	103
제 5권	수학탐정 매키와 누팡의 대결 1(수와 연산)	111
제 6권	수학으로 다시 보는 삼국지	118

창의력·소설 해설

제 1편	창의력 문제 해설	123
제 2편	수학소설(6권) 문제 해설	145

개정판을 내면서

스토리텔링 수학이 2012년 1월 교육과학기술부가 내놓은 수학교육 선진화 방안의 내용에 포함되어 더욱 더 CNP의 효용성이 커짐에 따라 내용의 일부를 교정하고, 수학소설을 최근의 소설로 바꾸는 등 일부의 변화와 오류를 바로 잡아 개정판을 내게 되었습니다. 앞으로 더욱 재미있고, 시대에 부응하는 내용으로 교정할 것을 약속합니다.

2012년 6월 저자 최 경호

재개정판을 내면서

스토리텔링 수학이 2012년 1월 교육과학기술부가 내놓은 수학교육 선진화 방안의 내용에 포함되고 2013년부터 시행됨에 따라 더욱 더 SNP의 효용성이 커져 내용의 일부를 스토리텔링 문제로 교체 교정하고, 수학소설을 최근의 소설로 바꾸는 등 일부의 변화와 오류를 바로 잡아 재개정판을 내게 되었습니다. 앞으로 더욱 재미있고, 시대에 부응하는 내용으로 교정할 것을 약속합니다. **중전의 책이름 CNP를 스토리텔링의 약자인 SNP로 바꾸었습니다.**

2013년 4월 저자 최 경호

수학문제 수록된 소설목록				
	제목	지은이	출판사	동영상 유무
제 1권	암호세상1	한선관, 이철현	이지사이언스	준비중
제 2권	암호세상2	한선관, 이철현	이지사이언스	준비중
제 3권	흥미진진 수학이야기	권현직	흥진P&M	준비중
제 4권	숫자1: 나는 어떻게 수학을 좋아하게 되었을까?	Anna Cerasoli 지음 박진아 옮김	에코 리브트	있음
제 5권	수학탐정 매키와 누팡의 대결 1(수와 연산)	정완상	두리미디어	준비중
제 6권	수학으로 다시 보는 삼국지	이광연	살림Math	있음

	생활 속의 수학	읽을거리
제1장	1. 피자나누기와 분수 2. 0보다 작은 수의 현실적 사용 예 3. 속소와 공약수	1. 이집트인의 분수 계산 2. 진법 가운데 가장 편리한 진법은 무엇일까? 3. 왜 세 자리씩 끊어 읽는 것일까?
제2장	1. 토끼와 거북이의 경주 2. 위치적 10진 기수법의 장점	1. 바빌로니아 60진법의 유산 2. 부활절 이전에 왜 40일 동안 참회할까? 3. 불교의 염주는 왜 108개일까?
제3장	1. “유레카!”의 수학자 2. 우리나라의 충수!	1. 프랙털 2. 물속 소리의 속도로 바다의 평균 수온 알아내기
제4장	1. 안전하게 강 건너기	1. 아르키메데스와 지레의 원리

머리말

1. 수학 SNP 시리즈를 펴내며

정보통신의 혁명은 교육 분야에 새로운 지식과 상황적응력, 응용력, 창의력과 개성존중 등을 가져왔습니다.

이에 발맞추어 시험방식과 입시제도는 주관식 서술형강화와 더 나아가 논술·구술문제, 심층면접 및 입학사정관제도 등으로 변함에 따라 공부 방법도 변화에 순응 및 앞서가야 합니다.

이러한 변화에 맞추어 수학 원리탐구 시리즈(I·II·III·IV·V)를 출간(2005년 7월) 하기 시작한지 벌써 만 5년이 지났습니다. 원리탐구 시리즈는 교육의 내용과 더불어 수학적사고 시스템 및 습관에 중점을 두었다면, 이번 SNP I·II·III과 **자사고 대비수학은 원리탐구 시리즈의 이해를 바탕으로 제1편 창의성 있는 새로운 문제, 사고력 퀴즈와 퍼즐, 생활 속 수학 문제, 읽을거리와 더불어 제2편 수학소설 문제를 통하여 창의력·잠재력이 요구되는 영재센터 및 입학사정관제에 초점을 두고 2년여 준비기간을 거쳐 출간하게 되었습니다.**

SNP는 **스토리텔링(Storytelling)·소설(Novel)·퍼즐(Puzzle)의 약자로** 소설책의 내용과 주제를 바탕으로 문제를 각색하고 창조하여 붙인 이름입니다.

수학 원리탐구 시리즈가 수학의 기본 원리서로 계속적 보완·교정을 약속하여 실행하고 있듯이, SNP시리즈도 더 많은 연구와 노력을 통한 보완·교정으로 창의력과 잠재력 향상에 도움이 되도록 하겠습니다.

2. 수학 SNP의 중점내용

창의력과 잠재력이 요구되는 영재센터와 다가오는 입학사정관제도를 대비하여 다음과 같은 내용으로 구성되어 있습니다.

(1) 새로운 창의력 문제(원리탐구 시리즈의 이해를 바탕으로 함)

원리탐구 시리즈에서 수학적 사고시스템과 이론을 확립하여 이를 바탕으로 각각의 내용들이 시중에 나와 있는 중요한 문제도 있지만 대부분이 새로운 문제로 구성·전개되어 있으므로 처음 접하는 학생은 매우 생소하고 어려워 보일 수 있습니다. 따라서 학년별로 어려움이 있을 때는 각 단계에 맞는 원리탐구 시리즈를 공부하고 보기 바랍니다.

100 문제를 푸는 것보다 **원리**를 가르칩니다!

(2) 소설을 통한 상상력과 간접경험(제2편은 관련된 원작수학소설책 읽기를 권장)

앞에서 제시한 수학책들이 제기한 문제와 주제들을 바탕으로 각색, 창조된 문제들이 많으며, 제2편은 소설속의 내용의 이해를 전제로 한 문제들이 다소 있으므로 문제를 풀기 전에 관련 수학소설책을 읽어야 효율적인 공부가 되며, 관련 원작소설을 통하여 상상력과 수학 관련 간접경험의 중요 부분을 채우기를 권합니다.

(3) 사고력 퀴즈와 퍼즐을 풀면서 재미와 어려운 문제 해결능력

각 단원의 창의력문제 이후에 사고력 퀴즈와 퍼즐을 넣어 문제풀이과정에서 나타날 수 있는 피곤함과 지루함을 없애고 재미를 느낄 수 있도록 사고력 퀴즈와 퍼즐을 두었습니다. 단순한 재미도 느낄 수 있지만 이를 통하여 지식을 넓히고, 어려운 문제를 쉽게 푸는 능력을 배양하는 데에도 목적이 있습니다.

(4) 일반 수리 창의력과 읽을거리에 의한 현실적응·잠재력 향상

각 단원 끝의 일반 수리 창의력과 읽을거리를 통하여 현실적으로 수학이 어떻게 응용·활용되는지를 알게 하도록 하였으며, 이를 통하여 자신에 내재되어있는 능력을 일깨우고 충분히 발휘할 수 있도록 하는 밑거름이 되었으면 하는 바램입니다. 제2편의 소설 속에 수록된 내용과 문제도 있지만, 앞에 참고한 소설 속에 있는 내용을 각색, 창조하여 수록했으며, 그대로 인용하는 경우 출전을 밝혀놓았으므로 관련 원작소설을 통하여 이해도를 높이기 바랍니다. 그러나 인터넷이나 오래된 내용 중에는 출전이 없거나 모르는 경우가 있어 출전을 밝히지 못함을 양해바라며, 혹 밝혀지는 경우 썬덩도록 하겠습니다.

3. 수학 SNP의 구성 및 학습대상

수학 SNP시리즈는 수학 SNP I·II·III 6권(각권 상·하)과 자사고 수학 2권(정수·기하/ 해석·조합)으로 총 8권으로 구성되어 있습니다.

SNP I·II는 각 권당 4단원 7강, SNP III은 4단원 7강으로 구성되어 있습니다.

SNP III이 가장 낮은 단계이고, SNP I이 높은 단계이며, 상하권은 내용상의 분류입니다. 원리탐구시리즈의 이해를 바탕으로 하는 내용이므로 아래의 표와 같이 원리탐구의 단계별 공부와 되어있어야만 문제를 이해하는데 효율적입니다.

수학 SNP·자사고 대비수학 단계별 대상표			
교재명	단원	대상	원리탐구수료 단계
SNP I (상·하)	각권 4단원 7강	초6·중1·2	II·III
SNP II (상·하)	각권 4단원 7강	초5·6	III·IV
SNP III(상·하)	각권 7단원 7강	초3·4·5	IV·V
자사고 수학 (정수·기하)	11단원 11강	중1·2·3	I
자사고 수학 (해석·조합)	11단원 11강	중1·2·3	I

4. 맺음말

2년여 동안의 소설읽기와 문제 만들기 및 연구의 산물이 세상에 나오게 되어 기쁨과 더불어 무한한 책임을 느낍니다. 재미있고 유익한 소설책을 써주신 소설가, 교수님, 인터넷 논객, 번역자님들께 감사의 말을 드리고 앞으로 더 많고 좋은 책이 나오기를 기대합니다. 많은 독서와 질 높은 강의, 더 많은 노력을 통하여 더욱 유익하고, 재미있는 수학 SNP가 될 수 있도록 계속적으로 보완·교정해 나갈 것을 약속드립니다. 이 책을 쓰는데 많은 도움과, 동영상 제작에 힘써주신 안 용태, 문 원기 선생께 감사의 마음을 전합니다.

2010년 8월 저자 최 경호

※ 설명에 오류가 있거나 오차, 탈자를 바로잡는 경우, 홈페이지(m1239.co.kr)에 올리겠습니다. 책에 관한 질문이나 의문사항을 올려주시면 사려하겠습니다.






제 1편 스토리텔링문제



클라인 병(Klein bottle)

독일의 수학자 F.클라인이 고안한 바깥쪽과 안쪽을 구별할 수 없는 단측곡면(單側曲面)

제 1강 수와 연산

	+	-	×	÷	=					
mm						l				
cm						kl				
km						cc				
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

탐구예제 A

1 탐구예제



다음 □ 안에 +, - 를 알맞게 넣어서 식을 완성하고 그 이유를 써라.

$$7 \square 6 \square 5 \square 4 \square 3 \square 2 \square 1 = 16$$

풀이 답: 풀이참조

계획 없이 +, - 를 넣으면 운이 좋을 때는 식이 성립될 수 있으나 보통은 시간이 많이 걸린다.

또한 답이 여러 개일 경우 모두 찾는 것이 어려울 수 있으므로 다음과 같이 한다.

예를 들어 $1+2+3+4+5=15$, $1+2+3-4+5=7$ 에서 +4가 -4로 바뀌면 결과는 8의 차이가 나는 것을 알 수 있다. 즉, 어떤 수가 '+'에서 '-'로 바뀌면 그 수의 2배 차이가 난다.

따라서 모든 부호가 + 라는 가정에서의 숫자의 합과 우변 숫자의 차의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 숫자에 - 부호를 붙인다.

1에서 7까지 모두 합하면 $\frac{(1+7) \times 7}{2} = 28$ 이다. $28 - 16 = 12$ 이므로 □ 안에 합이 6가 되는 수에 -를 넣는다. 따라서 $7 \square 6 \square 5 \square 4 \square 3 \square 2 \square 1 = 16$, $7 \square 6 \square 5 \square 4 \square 3 \square 2 \square 1 = 16$, $7 \square 6 \square 5 \square 4 \square 3 \square 2 \square 1 = 16$, $7 \square 6 \square 5 \square 4 \square 3 \square 2 \square 1 = 16$ 의 4가지가 있다.

유제 1

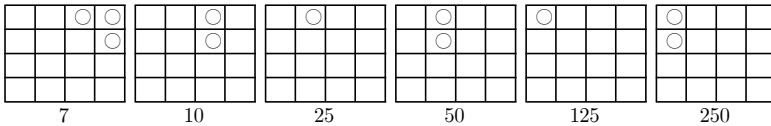
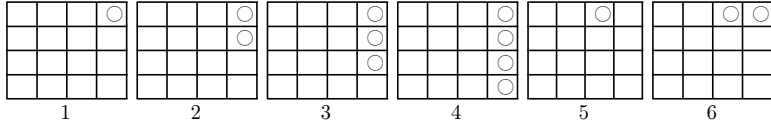
다음 숫자의 □ 안에 + 또는 - 기호를 넣어 식이 성립하도록 하여라.

- (1) $1 \square 23 \square 4 \square 56 \square 7 \square 8 \square 9 = 90$ (2) $1 \square 2 \square 34 \square 5 \square 67 \square 8 \square 9 = 98$

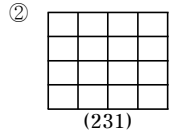
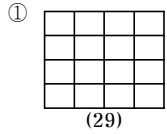
2 탐구예제



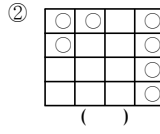
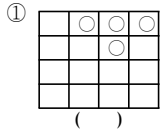
다음과 같은 방법으로 자연수를 나타낼 때, 물음에 답하여라.



(1) 다음 수를 그림으로 나타내어라.



(2) 다음 그림은 어떤 수를 나타내는가?



풀이 답: (1) ① [표2] ② [표3] (2) ① 36 ② 279

(1) 그림에서 각 칸에 있는 동그라미는 [표1]와 같은 숫자를 나타낸다.

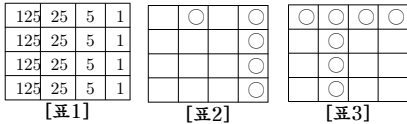
① $29 = 25 + 1 + 1 + 1 + 1$ 이므로 그림으로 나타내면 [표2]와 같다.

② $231 - 125 = 106$, $106 = 25 \times 4 + 5 + 1$ 이므로 $231 = 125 + 25 \times 4 + 5 + 1$ 이다.

따라서 231를 그림으로 나타내면 [표3]과 같다.

(2) ① [표1]을 참고로 하면 $25 + 5 + 5 + 1 = 36$ 이다.

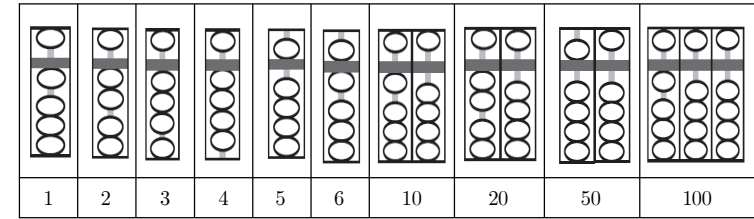
② [표1]을 참고로 하면 $125 + 125 + 25 + 1 + 1 + 1 + 1 = 279$ 이다.



100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

유제 2

다음의 그림은 현재 쓰이고 있는, 위 칸에 알이 1개, 아래 칸에 알이 4개인 주판의 수의 표시 방법이다. 물음에 답하여라.



(1) 주판으로 아래 수를 나타내어라. (2) 주판으로 표시된수를 10진법으로 나타내어라.

① 65



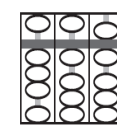
② 162



① ()



② ()



3 탐구예제



A는 16층짜리 직육면체 모양의 아파트에 살고 있다. 한 층에는 16호로 나누어 도합 256호이다. A는 그 중의 한 칸에 살고 있다. B가 A에게 최소 몇 번의 O, X 질문을 한 후 살고 있는 층과 호 수를 반드시 맞출 수 있을까? 그 방법을 설명하여라.

풀이 답: 8(번)

보기에는 여러 번의 질문이 필요로 할 것 같으나 이진법의 원리를 이용하면 생각보다 작은 회수의 질문으로 정확한 층과 호수를 알아맞힐 수 있다. 먼저 사는 층을 맞히기 위해서 다음과 같이 한다.

(i) 첫 번째, “1~8층에 삽니까?” 또는 “9~16층에 삽니까?” 라는 질문 중에 하나를 한다. 16층을 반으로 나누면 1~8층, 9~16층으로 나뉘므로 ○, ×로 1~8층인지 9~16층 인지를 알 수 있다.

(ii) 두 번째, 만약 9~16층임을 알았을 경우, “9~12층에 삽니까?” 또는 “13~16층에 삽니까?” 라고 질문하여 ○, ×로 9~12층인지 13~16층 인지를 알 수 있다.

(iii) 세 번째, 만약 9~12층임을 알았을 경우, “9~10층에 삽니까?” 또는 “11~12층에 삽니까?” 라고 질문하여 ○, ×로 9~10층 인지 11~12층 인지를 알 수 있다.

(iv) 네 번째, 만약 9~10층임을 알았을 경우, “9층에 삽니까?” 또는 “10층에 삽니까?” 라고 질문하여 ○, ×로 9층 인지 10층 인지를 알 수 있다.

이 처럼 이진법으로 계산하여 질문하면 4번 질문에 정확한 층을 맞추게 된다. 호 수도 마찬가지로 방법으로 16호 이므로 4번 질문하면 정확히 맞출 수 있다. 그러므로 층 $4+4=8$ 번의 질문을 하여 층과 호수를 맞출 수 있다.

유제 3

A가 1부터 100까지 자연수 가운데 하나를 생각한 다음, B가 질문을 하면 A는 ‘예’ 또는 ‘아니요’ 로만 대답하는 숫자 알아맞히기 게임을 한다. A가 생각하고 있는 숫자를 반드시 알아맞히기 위해서 B는 적어도 몇 번 질문을 한 후인가?

4 탐구예제



무게의 합이 120g인 분동으로 1~120g 까지 물체를 달려고 한다. 다음의 경우에 최소 몇 개의 분동과 분동의 무게는 각각 몇 g 짜리 필요한가? 다음을 구하여라. (단, 분동과 물체의 무게는 모두 정수 그래이다.)

(1) 분동을 한쪽에 만 놓고 측정할 경우 (2) 분동을 좌우로 움직여 측정할 경우

(3) 91g의 무게를 분동을 좌우로 움직여 측정하는 방법

풀이 답: (1) 1g, 2g, 4g, 8g, 16g, 32g, 57g (2) 1g, 3g, 9g, 27g, 80g

(3) 한쪽에 80g, 9g, 3g 을 올려놓고, 다른 쪽에 1g 과 물건을 올려놓아 평형을 이루게 한다. 이진법으로 되어있는 저울추로 물건을 쟈 경우 이진법의 수는 자신보다 낮은 모든 앞자리의 단위 수의 합에 1 을 합한 것과 같으므로, 양팔저울이 아닌 한쪽에 추를 놓고, 다른 쪽에 물건을 놓는 일반저울로 정수의 무게를 측정하는데 쓰인다.

3진법으로 되어있는 저울추로 물건을 쟈 경우 3진법의 단위 수는 자신보다 낮은 모든 앞자리의 단위 수의 합을 자신의 수에서 빼면 자신보다 낮은 모든 앞자리의 단위 수의 합보다 1 이 크므로 추를 좌우로 움직여 놓을 수 있는 양팔저울로 물건을 쟈 경우에 합뿐만 아니라 차를 이용할 수가 있다. 따라서 차를 이용할 수 있는 양팔 저울에는 3진법의 저울추를 사용하면 2진법의 저울추보다 적은 개수의 저울추로 정수무게의 측정이 가능하다.

(1) 분동을 한쪽에 만 놓고 측정할 경우 분동을 합하여 측정해야 하므로 이진법을 이용한다.
 $120 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 57$ 이므로 1g, 2g, 4g, 8g, 16g, 32g, 57g 이 필요하다.
 (57g 짜리의 경우 2진법의 수를 가능한 한 모두 사용한 후에 120과의 차로 구한 것이다.
 $120 - (1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32) = 57$)

(2) 분동을 좌우로 움직여 측정할 경우 합 뿐 아니라 차도 가능하므로 3진법을 이용한다.
 $120 = 1 + 3 + 9 + 27 + 80$ 이므로 1g, 3g, 9g, 27g, 80g 이 필요하다.
 (80g 짜리의 경우 3진법의 수를 가능한 한 모두 사용한 후에 120과의 차로 구한 것이다.
 $120 - (1 + 3 + 9 + 27) = 80$)

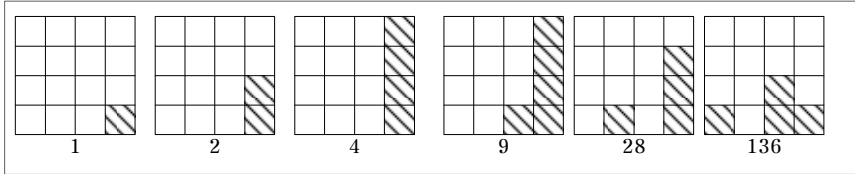
(3) 분동을 좌우로 움직여 측정할 경우 합 뿐 아니라 차도 가능하므로 3진법을 이용한다.
 $91 = 80 + 9 + 3 - 1$ 이므로 한쪽에 80g, 9g, 3g 을 올려놓고, 다른 쪽에 1g 과 물건을 올려놓아 평형을 이루게 한다.

유제 4

천칭에 쓰는 40g 짜리 분동이 땅에 떨어지는 바람에 네 조각이 났다. 후에 각 조각의 무게가 공교롭게도 정수 g 이라는 것과 이 네 조각으로 1~40g 짜리 임의의 정수 g 의 물체를 모두 달 수 있다는 것을 발견했다. 네 조각의 무게가 각각 몇 g 일까?

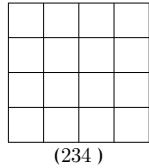
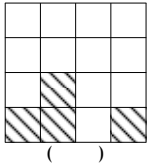
종합문제 A

1. 자연수를 다음과 같은 방법으로 나타내기로 한다.



(1) 다음 그림은 어떤 수를 나타낼까?

(2) 234 를 그림으로 나타내어라.



2. 추를 양쪽 접시에 모두 올려놓을 수 있는 양팔 저울과 1g, 3g, 9g, 27g 짜리 추가 하나씩 있다. 예와 같은 방법으로 저울과 추를 사용하여 다음 상자의 무게를 재는 방법의 그림을 그리고 식을 써라.

	무게	그림	식
예	7g		$9 + 1 - 3 = 7$
(1)	15g		
(2)	32g		

100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

3. 지구에서 멀리 떨어져 있는 탐구별이 있다. 이 별은 1년에 2 배씩 지구에서 멀어지고, 9년 후에는 너무 멀어 보이지 않게 된다. 만약 이 별이 지금보다 4배 더 멀리 떨어져 있다면, 이 별이 보이지 않게 되는 것은 몇 년 후인가?

4. $54m^2$ 의 연못에 개구리밥이 매일 1.5 배씩 불어난다고 한다. 오늘 연못이 완전히 개구리밥으로 덮였다면, 3일전에는 개구리밥이 연못을 어느 정도 덮고 있었을까?

5. 다음 식이 성립하도록 ()를 한 번씩만 넣어라.

(1) $9 + 8 \times 5 - 4 \div 2 = 27$

(2) $9 + 8 \times 5 - 4 \div 2 = 13$

(3) $9 + 8 \times 5 - 4 \div 2 = 83$

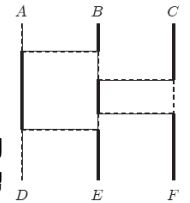
6. 만 원짜리 지폐 100장의 두께는 약 2cm라고 한다. 다음 중 일조 원을 만 원짜리 지폐로 쌓았을 때의 높이를 구하여라.

100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

7. 매일 자신의 몸의 길이만큼 자라는 생물이 있다. 이 생물이 10 일 동안 자란 몸의 길이가 10cm 이었다면, 일주일 동안 자란 몸의 길이는 몇 cm 인가? (7-가 37)

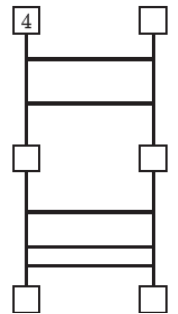
8. 다음과 같은 규칙으로 선을 따라 아래로 내려가는 것을 사다리 게임이라고 한다.

- [규칙]
- ① 가로 방향의 갈림길이 나오면 가로 방향으로 이동한다.
 - ② 가로 방향의 갈림길이 끝나면 아래로 내려간다.



4부터 9까지의 숫자가 적혀 있는 6 장의 숫자 카드를 다음 사다리 게임의 빈 칸에 넣으려고 한다. 연결되는 3 개의 숫자를 위에서부터 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리 순서로 놓아 세 자리 수를 만들 때, 만들어진 2 개의 수가 모두 |조건|을 만족하도록 빈 칸을 채워라.

- |조건|
- 일의 자리 숫자는 3로 나누어떨어진다.
 - 백의 자리 숫자와 십의 자리 숫자의 차는 3이다.
 - 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자의 차는 2이다.

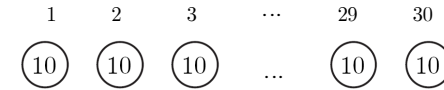


탐구예제 B

5 탐구예제



다음 그림과 같이 1 부터 30 까지 수 밑에 10원짜리 동전이 놓여 있다. 어머니께서 3으로 나누어떨어지는 수 밑에 놓인 동전을 100원짜리 동전으로 바꾸어 주셨다. 다시 아버지께서 5로 나누어떨어지는 수 밑에 놓인 동전을 500원짜리 동전으로 바꾸어 주셨다. 동전의 합은 얼마인가?



풀이 답: 3960원

3의 배수 10개, 5의 배수 6개, 15의 배수 2개이므로 500원은 5의 배수 6개, 100원은 3의 배수 10개에서 3의 배수이면서 5의 배수인 15의 배수 2개를 500원으로 바뀌었으므로 제외하여 $10 - 2 = 8$ 개다. 10원은 3의 배수 8개와 5의 배수 6개를 제외한 $30 - (8 + 6) = 16$ 개다. 그러므로 동전의 합은 $500 \times 6 + 100 \times 8 + 10 \times 16 = 3960$ 원이다.

유제 5

18m 길이의 화단에 처음부터 코스모스 씨를 2m 간격으로, 봉숭아 씨를 3m 간격으로 나란히 한 개씩 끝까지 심었다. 그런데 코스모스 씨와 봉숭아 씨가 같이 심어진 곳에서는 코스모스 밖에 자라지 않는다. 코스모스와 봉숭아는 각각 몇 뿌리씩 자라겠는가?

6 탐구예제



고대 이집트인들은 $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ 과 같이 분수를 분모가 다른 단위분수의 합으로 나타내었다. □안에 알맞은 수를 구하여라.

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}$$

풀이 답: 4, 28 (순서는 상관없다.)

단위 분수의 합이 되려면 분자가 분모의 약수이어야 약분되어 분자가 1이 되며, 합이 분할되기 전의 분수의 분자가 되어야한다.

- (i) $\frac{2}{7}$ 에서 분모 7의 약수인 1, 7 중에서 두 수를 더하여 분자인 2가 되는 수는 없다.
- (ii) $\frac{2 \times 2}{7 \times 2} = \frac{4}{14}$ 에서 분모 14의 약수인 1, 2, 7, 14의 4개의 약수 중에서 두 수를 더하여 분자인 4가 되는 수는 없다.
- (iii) $\frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{6}{21}$ 에서 분모 21의 약수인 1, 3, 7, 21의 4개의 약수 중에서 두 수를 더하여 분자인 6이 되는 수는 없다.
- (iv) $\frac{2 \times 4}{7 \times 4} = \frac{8}{28}$ 에서 분모 28의 약수인 1, 2, 4, 7, 14, 28의 6개의 약수 중에서 두 수를 더하여 분자인 8이 되는 수는 1과 7이다. 따라서 $\frac{2}{7} = \frac{8}{28} = \frac{7}{28} + \frac{1}{28} \Rightarrow \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$ 이다.

유제 6

다음 분수를 두 단위분수의 차로 나타내려고 한다. A, B에 알맞은 자연수를 구하여라.

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$$

7 탐구예제



다음 곱셈, 나눗셈 식을 완성하여라.

(1) 아래의 식이 성립하도록 A, B, C, D에 알맞은 숫자를 써넣어라.

(2) 네 자리 수를 두 자리 수로 나누는 계산식이다. 이 계산식에서 세 자리 수 $\textcircled{X}\textcircled{Y}\textcircled{Z}$ 구하여라.

$$\begin{array}{r} \textcircled{A}\textcircled{B} \\ \times \quad \quad \quad \textcircled{C}\textcircled{D}\textcircled{E}\textcircled{F} \\ \hline \textcircled{G}\textcircled{H}\textcircled{I} \\ \textcircled{J}\textcircled{K}\textcircled{L} \\ \hline 203 \end{array}$$

풀이 답: (1) $2178 \times 4 = 8712$ (2) 337

- (1) (i) $\overline{ABCD} \times 4$ 가 다섯 자리 수이므로 A=1, 2가 가능하나 A가 짝수이므로 A=2이다.
- (ii) $D \times 4$ 의 일의 자리인 A=2이므로 D=3, 8이 가능하나 $A \times 4 = 3$ 이 될 수 없으므로 D=8이다.
- (iii) $B \times 4$ 가 한 자리수가 나와야 하므로 B=0, 1이 가능하나 B=0이 아니다. $\begin{array}{r} 2178 \\ \times \quad 4 \\ \hline 8712 \end{array}$
- (iv) C=7이다.
- (2) 주어진 식으로부터 $\textcircled{I} = 2, \textcircled{K} = 0, \textcircled{L} = \textcircled{F} = 3$ 임을 알 수 있다.
- 또, $87 + 20 = 107$ 로부터 $\textcircled{G} = 1, \textcircled{H} = 0, \textcircled{I} = \textcircled{E} = 7$ 임을 알 수 있다.
- 한편, $87 + 10 = 97$ 에서 $\textcircled{C} = 9, \textcircled{D} = 7$ 이다.
- 두 자리 수 $\textcircled{A}\textcircled{B}$ 는 87과 203의 공약수인데, $87 = 3 \times 29, 203 = 7 \times 29$ 이므로 $\textcircled{A} = 2, \textcircled{B} = 9$ 이다.
- 그러므로 구하는 세 자리 수 $\textcircled{X}\textcircled{Y}\textcircled{Z}$ 는 $9773 \div 29 = 337$ 이다.

유제 7

아래의 식이 성립하도록 A, B, C, D에 알맞은 숫자를 써넣어라.

$$\begin{array}{r} \textcircled{A}\textcircled{B}\textcircled{C}\textcircled{D} \\ \times \quad \quad \quad 9 \\ \hline \textcircled{D}\textcircled{C}\textcircled{B}\textcircled{A} \end{array}$$

종합문제 B

8 탐구예제



다음과 같은 규칙으로 빈 사각형 안에 주어진 수를 써넣어라.

- (1) 2, 3, 4, 5 넣기 (힌트: 5을 찾는다.)
- (2) 1, 2, 3, 4, 5, 6 넣기 (힌트: 5, 1을 찾는다.) (주의: $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3, 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$)

[규칙]

- ① 정사각형의 오른쪽에 있는 점선 안의 수는 가로줄에 있는 칸의 수의 곱을 나타낸다.
- ② 정사각형의 아래쪽에 있는 점선 안의 수는 세로줄에 있는 칸의 수의 곱을 나타낸다.
- ③ 주어진 수는 한번 씩만 들어간다. 따라서 주어진 수를 꼭 확인하여야 한다.

		20
		6
15		

(1)

			30
			24
2	24		

(2)

풀이 답: (1) [표3] (2) [표4]

- (1) [표1]에서 $A \times B = 20, C \times D = 6$ 이고, $A \times C = 15, B \times D = X$ 이므로 $A \times B \times C \times D = 20 \times 6 = 15 \times X$ 이다. 따라서 $X = 8$ 이다. 5의 배수는 일의 자리가 0 또는 5이므로 20과 15가 5의 배수이므로 $A = 5$ 이다. 그러므로 $C = 3, B = 4, D = 2$ 이다.
- (2) (1)번과 같은 방법으로 [표2]에서 $30 \times 24 = 2 \times 24 \times Y, Y = 15$ 이다. 5의 배수는 일의 자리가 0 또는 5이므로 30과 15가 5의 배수이므로 $c = 5$ 이다. 따라서 $f = 3$ 이다. $d = 1$ 이면 $e = 8$ 이 되어 안 된다. 그러므로 $d = 2, a = 1, e = 4, b = 6$ 이다.

A	B	20
C	D	6
15	X	

[표1]

a	b	c	30
d	e	f	24
2	24	Y	

[표2]

5	4	20
3	2	6
15	8	

[표3]

1	6	5	30
2	4	3	24
2	24	15	

[표4]

유제 8

위의 예제와 같은 규칙으로 빈 사각형 안에 주어진 수를 써넣어라.

- (1) 2, 3, 4, 5, 8, 25를 넣어라. (힌트: 3, 25을 찾는다.)
- (2) 서로 다른 한자리의 6개의 수를 넣어라. (힌트: 5, 7, 9 등의 공통된 수를 찾는다.)

			250
			96
20	6	200	

(1)

			24
			315
14	20	27	

(2)

1. 100 이하의 희고 검은 바둑돌이 ○●●●●●●○●●●●●●○●●●●●●○●...와 같이 규칙적으로 나열되어 있다. 이 순서를 바꾸지 않고 모든 바둑돌을 하나의 정사각형으로 나열하였을 때, 어느 모퉁이에서나 흰 바둑돌이었다. 또 같은 방법으로 모든 바둑돌을 하나의 정삼각형으로 나열하였을 때, 역시 어느 모퉁이에서나 흰 바둑돌이었다. 다음을 구하여라.
- (1) 이 바둑돌의 개수 (2) 정삼각형, 정사각형의 한 변에 놓인 바둑돌의 개수

2. 다음 그림은 두 자리의 수와 두 자리의 수를 곱하는 세로 셈을 나타낸 것이다. 이 식이 성립하도록 A, B, C, D 를 구하여라.

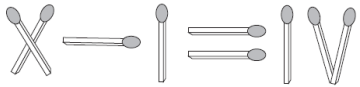
×			A	B
		C	D	
	3	8	7	
	8	6		
	1	2	4	7

[사고력 퀴즈와 퍼즐]

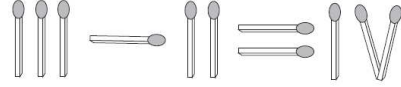
1. 다음과 같이 로마 숫자는 우리가 쓰는 숫자와 그 모양이 다르다. 성냥개비로 만든 로마 숫자로 다음과 같은 계산을 하려고 한다. 1 개의 성냥개비를 옮겨서 다음 식들을 성립하도록 만들어 보아라.

숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
로마 숫자	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X

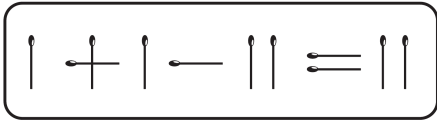
(1) (답 2개)



(2) (답 3개)

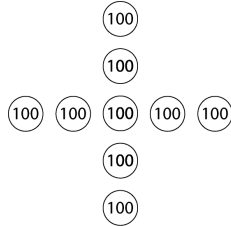


2. 성냥개비로 다음과 같은 식을 만들었다. 다음 물음에 답하여라.



- (1) 하나의 성냥개비를 이동하여 등식이 성립하도록 만들어라.
- (2) 두 개의 성냥개비를 이동하여 등식이 성립하도록 만들어라.

3. 그림과 같이 100 원짜리 9개로 가로와 세로의 합이 각각 500이 되게 만들었다. 돈을 더 놓지 않고 가로 700원, 세로 500원이 되게 만들어라.



[생활 속의 수학]

1. 피자 나누기와 분수

수돌이네 친구들 4명(수돌이 포함)이 피자를 시켜 먹기로 하고 ‘동글이’ 피자 집에 피자 한 판을 주문했다. 그런데 주문 할 때 아무런 말을 하지 않았더니 배달 온 피자가 5등분이 되어 있었다. 어떻게 하면 4명이 똑같이 나누어 먹을 수 있었을까? 될 수 있는 한 조각을 적게 나누어 먹는 방법을 설명하고, 한사람이 먹은 양을 분수를 사용한 식으로 나타내어라.

- (1) 나누어 먹는 방법
- (2) 한사람이 먹은 양을 분수를 사용한 식

2. 0보다 작은 수의 현실적 사용 예

자연수는 우리가 실제 눈으로 보는 물건을 세기 위한 필요에서 만들어진 수이다. 그러니까 자연수는 없는 것인 0보다 큰 수이다. 자연수와 같이 0보다 큰 수를 양수라고 한다. 물론 분수나 소수에도 0보다 큰 수, 곧 양수가 있다. 0보다 작은 수를 음수라고 한다. 음수가 현실에 쓰인 예를 3가지이상 써라.

3. 숙소와 공약수

수돌이네 반 24명과 학돌이네 반 30명이 수학여행을 떠났다. 잠자는 방(숙소)의 규칙은 잠은 한 방에 같은 반만이 들어가야 하며, “방마다 같은 수가 들어가야 잠을 잘 수 있다.” 다음 물음에 답하여라.


- (1) 수돌이네 반이 잘 수 있는 방의 개수는 몇 가지일까? 그 수를 모두 써라.
- (2) 학돌이네 반이 잘 수 있는 방의 개수는 몇 가지일까? 그 수를 모두 써라.
- (3) 수돌이네 반과 학돌이네 반이 모두 잘 수 있는 방의 개수는 몇 가지일까? 그 수를 모두 써라.

[읽을거리]

1. 이집트인의 분수 계산

고대 이집트의 수학을 연구하는 데 중요한 자료가 되고 있는 린드(혹은 아메스) 파피루스에는 이집트인들의 분수 사용에 관한 글이 실려 있다.

이집트인들은 단위분수, 즉 분자가 1인 분수만을 다루었는데(예외적으로 $\frac{2}{3}$ 만은 특별한

기호()를 사용하여 표시하였다.) 단위분수는 분모 위에 타원 기호를 씌으로써 이집트의 상형문자로 표시하였고, 분자가 1이 아닌 분수를 표현하기 위해서는 단위분수를 여러 개 붙여서 표현하였다.

예를 들어, $\frac{2}{5}$ 는 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{15}$ ($\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$)로 다음과 같이 나타내었다. 이 때, +기호는 사용하지 않았다.



또, $\frac{2}{7}$ 는 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{28}$ ($\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$)로 다음과 같이 나타내었다.



지금이라면 2를 5로 나눌 경우 단순히 $\frac{2}{5}$ 로 표기하지만, 이집트에서는 현실적인 필요 때문에 일부러 다른 분모를 사용한 단위분수의 합으로 나타내었던 것이다.

이집트인의 이러한 분수 표현법에 대해서는 다음과 같은 해석이 가능하다.

예를 들면, 다섯 사람에게 2개의 빵을 나누어 먹으라고 하면 우선 각 빵을 $\frac{1}{3}$ 씩 나누어 다섯 사람이 한 조각씩 갖고, 남은 한 조각을 다시 다섯 조각으로 나누어 한 조각씩 가질 것이다. 이 때, 다섯 조각으로 나눌 것은 실제로는 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$ 로 나눈 것이다.

따라서 한 사람당 $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ 을 먹는 셈이다.

100분제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

2. 진법 가운데 가장 편리한 진법은 무엇일까?

2, 3, 5, 10, 12, 20, 60 진법 가운데 가장 편리한 진법은 무엇일까? 이 진법들을 사용하는 데에는 각각 유리한 점과 불리한 점이 있다. 사용하는 기본수가 작으면 기억해야 할 기호의 개수는 적지만, 수를 쓸 때 자리의 수가 많아져 지면을 많이 차지하게 된다. 예를 들어 10진법으로 37인 수를 2진법으로 나타내는 경우 기호 이름은 0, 1만 알면 되지만 100101로 여섯 자리나 된다. 따라서 읽는 데 어려움이 따른다.

반면 기본수가 크면 수를 쓸 때 자리의 수는 적어지지만 많은 기호를 기억해야 하는 어려움이 있다. 37은 60진법으로 한 자리이다. 그러나 숫자의 이름은 60가지나 있어야 된다. 그것을 다 외우려면 아마도 보통의 머리로는 안 될 것이다.

이쯤 되면 사용하는 데 가장 편리한 기본수가 무엇인지 눈치 챘을 것이다. 10과 12이다. 이 가운데 12가 가장 유력하다. 그 까닭을 살펴보자. 10의 약수는 1, 2, 5, 10. 그래서 10을 나눌 때 몇 번 만에 나누기가 끝나는 수는 1과 자신을 빼고 2, 4, 5, 8이다.(예를 들어 $10 \div 8 = 1.25$). 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이다. 그러므로 12를 나눌 때 몇 번 만에 나누기가 끝나게 하는 수가 10보다 12쪽이 높다. 나눗셈을 할 때 기본수를 12로 하는 쪽이 계산하기 편리하다는 결론이 나온다. 그렇다면 지금은 왜 10진법을 사용하고 있는 것일까?

3. 왜 세 자리씩 끊어 읽는 것일까?

우리는 수를 쓸 때 보통 세 자리마다 쉼표를 넣어 683275901을 683,275,901이라고 쓴다. 우리가 이것을 읽으려면 여간 까다롭지 않다. 왜일까? 아래에서부터 세 자리씩 끊어 읽는 것은 바로 서양의 방법이기 때문이다. 서양에서는 일, 십, 백을 제외하고는 자릿수가 셋씩 늘어날 때마다 이름이 달라진다.

즉 683,275,901에서는 5는 싸우전드(thousand: 천)는 3은 밀리언(million: 백 만)이므로 683 millions 275 thousands 901로 읽는다. 따라서 서양에서는 숫자를 셋씩 끊어서 쉼표를 넣는 것이 편리한 것이다. 그러나 우리나라 사람은 그 수를 읽을 때, 일자리부터 일, 십, 백, 천, 만, 십만... 하고 읽는다. 이런 일이 일어날 수 밖에 없는 까닭은 우리의 수 이름이 네 자리마다 바뀌기 때문!

그렇다면 네 자리마다 쉼표를 넣어 표기한 6,8327,5901을 읽어보자. 우리는 일, 만, 억, 조... 와 같이 네 자리마다 이름이 있다. 그래서 7은 만, 6은 억이므로 6억 8천 3백 2십 7만 5천 9백 1로 바로 읽을 수 있다. 그러므로 만 단위로 끊어서 네 자리마다 쉼표를 넣는 것이 우리에게도 편리하다. 그런데 불편하게 왜 세 자리씩 끊어 읽는 것일까?

이것은 서양에서 과학과 수학을 배워오는 과정에서 서양의 수 읽는 방법을 그대로 따르면서 지금까지 바로잡지 않고 지내왔기 때문이다. 지금 이것을 바로 잡는 것은 늦은 일일까?

[출전: 조 운동 지음, 수학파티2, 휘슬러]