100문제를 푸는 것보다 1가지 문제를 푸는 원리를 가르칩니다!

원리탐구 Ⅲ · Ⅳ을 이해한(초5 · 6)

스토리텔링 · 영재교육원대비

Mathematics

Storytelling Novel Puzzle

저자 최 경호

Ⅱ하

최상위권 학생이 되기 위한
수학적 창의 · 사고 · 상상력 향상 그리고 재미

특별 콘테츠
콘텐츠 1. 탐구예제 동영상 서비스(www.ml239.com)
콘텐츠 2. 수학소설 6권의 내용을 수학문제집화 하여 수록 및 동영상 서비스
콘텐츠 3. 생활 속의 수학과 풍부한 읽을거리 제공

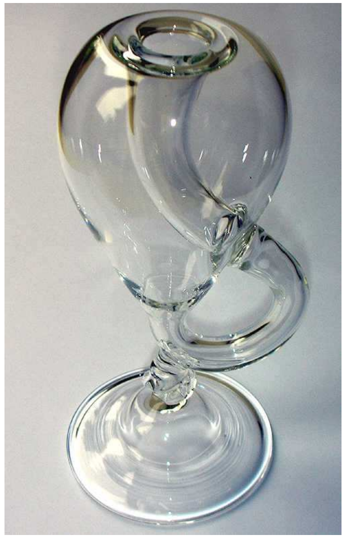
뫼비우스의 띠 (Mobius strip)
독일의 수학자 A.F뫼비우스가 처음 제시하 안쪽과 구별할 수 없는 단측곡면(單側曲面)

클라인 병(klein bottle)
독일의 수학자 F.클라인이 처음 고안한 바깥쪽과 안쪽을 구별할 수 없는 단측곡면(單側曲面)

원리탐구

홈페이지(www.m1239.com)동영상 강의 및 풀이

SNPⅡ(하)



클라인 병(Klein bottle)
독일의 수학자 F.클라인이 고안한 바깥쪽과 안쪽을 구별할 수 없는 단측곡면(單側曲面)

SNPⅡ(하) 차례

제1편 창의력 문제

제2편 수학소설(6권) 문제

수학문제 · 동영상 수록된 소설목록				
	제목	지은이	출판사	동영상 유무
제 1권	생활에서 발견한 재미있는 수학55	E. Yoder/N. Yoder 이 범규 옮김	뜨인돌 어린이	있음
제 2권	명탐정 X의 명쾌 통쾌 수학 수사대	리위페이 지음 권민서 옮김	파란자전거	있음
제 3권	탈레스 박사와 수학영재들의 미로게임	김 성수	주니어김영사	있음
제 4권	천재들이 만든 수학퍼즐 7 (한 붓 그리기)	홍 선호	자음과 모음	있음
제 5권	천재들이 만든 수학퍼즐 1 (수의 기원)	홍 선호	자음과 모음	있음
제 6권	수학탐정 매키와 누팡의 대결 2 (도형과 측정)	정 완상	두리미디어	준비중

	생활 속의 수학	읽을거리
제 5강	1. 가장적은 비용으로 목걸이 만들기 2. 인간의 번뇌의 가지 수	1. 멘델의 유전 연구와 확률을 이용하는 직업분야 2. 자물쇠의 비밀을 풀어라.
제 6강	1. 강폭보다 작은 나무2개로 다리 놓아 강 건너기 2. 지팡이로 피라미드 높이 재기	1. 음료수 캔이 원기둥인 이유 2. 입사각과 반사각: 빛의 움직임을 연구한 헤론
제 7강	1. 동양의 황금비의 편리한 점 2. 요금이 가장 적게 드는 모임장소	1. 차원이란 무엇일까? 2. 개미는 정말 천하장사일까?
제 8강	1. 컵의 용량과 다른 용량의 물 재기 2. 카드 펼치기	1. 불태운 책들 2. 수학자와 도형의 조화

개정판을 내면서

스토리텔링 수학이 2012년 1월 교육과학기술부가 내놓은 수학교육 선진화 방안의 내용에 포함되고 2013년부터 시행됨에 따라 더욱 더 SNP의 효용성이 커져 내용의 일부를 스토리텔링 문제로 교체 교정하고, 수학소설을 최근의 소설로 바꾸는 등 일부의 변화와 오류를 바로 잡아 재개정판을 내게 되었습니다. 앞으로 더욱 재미있고, 시대에 부응하는 내용으로 교정할 것을 약속합니다. **종전의 책이름 CNP를 스토리텔링의 약자인 SNP로 바꾸었습니다.**

2013년 6월 저자 최 경호

머리말

1. 수학 SNP 시리즈를 펴내며

정보통신의 혁명은 교육 분야에 새로운 지식과 상황적응력, 응용력, 창의력과 개성존중 등을 가져왔습니다.
이에 발맞추어 시험방식과 입시제도는 주관식 서술형강화와 더 나아가 논술·구술문제, 심층면접 및 입학사정관제도 등으로 변함에 따라 공부 방법도 변화에 순응 및 앞서가야 합니다.

이러한 변화에 맞추어 수학 원리탐구 시리즈(Ⅰ·Ⅱ·Ⅲ·Ⅳ·Ⅴ)를 출간(2005년 7월)하기 시작한지 벌써 만 5년이 지났습니다. 원리탐구 시리즈는 교육의 내용과 더불어 수학적사고 시스템 및 습관에 중점을 두었다면, 이번 SNPⅠ·Ⅱ·Ⅲ과 **자사고 대비수학은 원리탐구 시리즈의 이해를 바탕으로 제1편 스토리텔링 문제, 사고력 퀴즈와 퍼즐, 생활 속 수학 문제, 읽을거리와 더불어 제2편 수학소설 문제를 통하여 스토리텔링·창의력·잠재력이 요구되는 영재교육원 및 입학사정관제에 초점**을 두고 2년여 준비기간을 거쳐 출간하게 되었습니다.

SNP는 스토리텔링(Storyte11ing)·소설(Novel)·퍼즐(Puzzle)의 약자로 소설책의 내용과 주제를 바탕으로 문제를 각색하고 창조하여 붙인 이름입니다.

수학 원리탐구 시리즈가 수학의 기본 원리서로 계속적 보완·교정을 약속하여 실행하고 있듯이, SNP시리즈도 더 만은 연구와 노력을 통한 보완·교정으로 **스토리텔링**·창의력과 잠재력 향상에 도움이 되도록 하겠습니다.

2. 수학 SNP의 중점내용

스토리텔링·창의력과 잠재력이 요구되는 영재교육원대비와 다가오는 입학사정관제도를 대비하여 다음과 같은 내용으로 구성되어 있습니다.

(1) 새로운 스토리텔링·창의력 문제(원리탐구 시리즈의 이해를 바탕으로 함)
원리탐구 시리즈에서 수학적 사고시스템과 이론을 확립하여 이를 바탕으로 각각의 내용들이 시중에 나와 있는 중요한 문제도 있지만 대부분이 새로운 문제로 구성·전개되어 있으므로 처음 접하는 학생은 매우 생소하고 어려워 보일 수 있습니다. 따라서 학년별로 어려움이 있을 때는 각 단계에 맞은 원리탐구 시리즈를 공부하고 보기 바랍니다.

(2) 소설을 통한 상상력과 간접경험(제2편은 관련된 원작수학소설책 읽기를 권함)
앞에서 제시한 수학책들이 제기한 문제와 주제들을 바탕으로 각색, 창조된 문제들이 많으며, 제2편은 소설속의 내용의 이해를 전제로 한 문제들이 다소 있으므로 문제를 풀기 전에 관련 수학소설책을 읽어야 효율적인 공부가 되며, 관련 원작소설을 통하여 상상력과 수학 관련 간접경험의 중요 부분을 채우기를 권합니다.

(3) 사고력 퀴즈와 퍼즐을 풀면서 재미와 어려운 문제 해결능력
각 단원의 창의력문제 이후에 사고력 퀴즈와 퍼즐을 넣어 문제풀이과정에서 나타날 수 있는 피곤함과 지루함을 없애고 재미를 느낄 수 있도록 사고력 퀴즈와 퍼즐을 두었습니다. 단순한 재미도 느낄 수 있지만 이를 통하여 지식을 넓이고, 어려운 문제를 쉽게 푸는 능력을 배양하는 데에도 목적이 있습니다.

(4) 생활 속 수학과 읽을거리에 의한 현실적응·잠재력 향상
각 단원 끝의 생활 속 수학과 읽을거리를 통하여 현실적으로 수학이 어떻게 응용·활용되는지를 알게 하도록 하였으며, 이를 통하여 자신에 내제되어있는 능력을 일깨우고 충분히 발휘할 수 있도록 하는 밑거름이 되었으면 하는 바람입니다. 제2편의 소설 속에 수록된 내용과 문제도 있지만, 앞에 참고한 소설 속에 있는 내용을 각색, 창조하여 수록했으며, 그대로 인용하는 경우 출전을 밝혀놓았으므로 관련 원작소설을 통하여 이해도를 높이기 바랍니다. 그러나 인터넷이나 오래된 내용 중에는 출전이 없거나 모르는 경우가 있어 출전을 밝히지 못함을 양해바라며, 혹 밝혀지는 경우 써넣도록 하겠습니다.

3. 수학 SNP의 구성 및 학습대상

수학 SNP시리즈는 수학 SNP Ⅰ·Ⅱ·Ⅲ 6권(각권 상·하)과 자사고 수학 2권(정수·기하/ 해석·조합)으로 총 8권으로 구성되어 있습니다.
SNP Ⅰ·Ⅱ는 각 권당 4단원 7강, SNP Ⅲ은 4단원 7강으로 구성되어 있습니다.
SNP Ⅲ이 가장 낮은 단계이고, SNPⅠ이 높은 단계이며, 상하권은 내용상의 분류입니다. 원리탐구시리즈의 이해를 바탕으로 하는 내용이므로 아래의 표와 같이 원리탐구의 단계별 공부가 되어있어야만 문제를 이해하는데 효율적입니다.

수학 SNP·자사고 대비수학 단계별 대상표

교재명	단원	대상	원리탐구수료 단계
SNPⅠ(상·하)	각권 4단원 7강	초6·중1·2	Ⅱ·Ⅲ
SNPⅡ(상·하)	각권 4단원 7강	초5·6	Ⅲ·Ⅳ
SNPⅢ(상·하)	각권 7단원 7강	초3·4·5	Ⅳ·Ⅴ
자사고 수학 (정수·기하)	11단원 11강	중1·2·3	Ⅰ
자사고 수학 (해석·조합)	11단원 11강	중1·2·3	Ⅰ

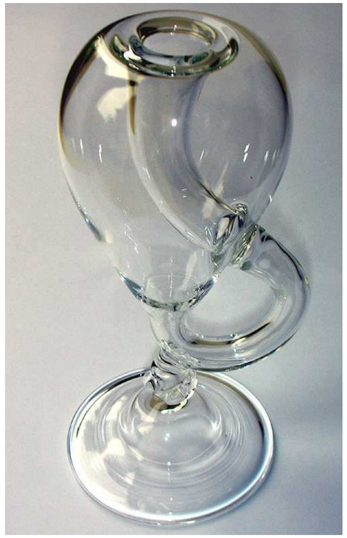
4. 맺음말

2년여 동안의 소설읽기와 문제 만들기 및 연구의 산물이 세상에 나오게 되어 기쁨과 더불어 무한한 책임을 느낍니다. 재미있고 유익한 소설책을 써주신 소설가, 교수님, 인터넷 논객, 번역자님들께 감사의 말을 드리고 앞으로 더 많고 좋은 책이 나오기를 기대합니다. 많은 독서와 질 높은 강의, 더 많은 노력을 통하여 더욱 유익하고, 재미있는 수학 SNP가 될 수 있도록 계속적으로 보완·교정해 나갈 것을 약속드립니다. 이 책을 쓰는데 많은 도움과, 동영상 제작에 힘써주신 안 용태, 문 원기 선생께 감사의 마음을 전합니다.

2010년 10월 저자 최 경호

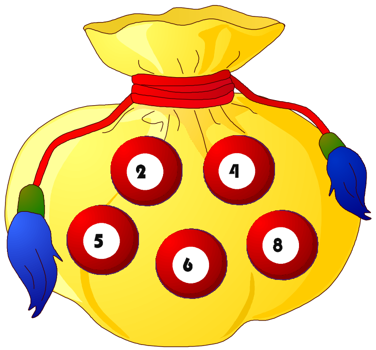
※ 설명에 오류가 있거나 오차, 탈자를 바로잡는 경우, 홈페이지(m1239.co.kr)에 올리겠으므로 참고하시고, 책에 관한 질문이나 의문사항을 올려주시면 사례하겠습니다.

제 1편 스토리텔링 문제



클라인 병(Klein bottle)
독일의 수학자 F.클라인이 고안한 바깥쪽과 안쪽을 구별할 수 없는 단측곡면(單側曲面)

제 5강 경우의 수



탐구예제 A

1 탐구예제 원리탐구

10 원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 2 개, 100 원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 가격은 모두 몇 가지인가?

풀이 답: 35

(해1) 50 원짜리 2 개는 100 원이 되므로 100 원짜리 3 개를 50 원짜리 6개라고 하면, 10 원짜리 3 개와 50 원짜리 8 개로 지불하는 방법과 같다. 따라서 사용하지 않는 방법까지 포함하여 10 원짜리 $3+1=4$가지, 50 원짜리 $8+1=9$ 가지가 서로 연결되어 있으므로 $4\times 9=36$가지이고, 둘 모두 사용하지 않는 방법은 지불이 아니므로 한 가지를 제외하면, $36-1=35$ 가지이다.

(해2) (ⅰ) 10 원짜리 동전 3 개로 지불할 수 있는 가격: 10, 20, 30 (3 가지)

(ⅱ) (ⅰ)의 가격에 50 원짜리 동전 1 개를 추가한 가격: 50, 60, 70, 80 (4가지)

(ⅲ) 50 원짜리 동전 2 개는 100 원짜리 동전 1 개와 같으므로 100 원짜리 동전 4개가 있는 것과 같다. 그러므로 100 원짜리 동전을 1 개, 2 개, 3 개와 마지막에 50 원짜리를 추가한 가격은 다음과 같다.

100, 110, 120, 130, 150, 160, 170, 180 (8 가지)

200, 210, 220, 230, 250, 260, 270, 280 (8가지)

300, 310, 320, 330, 350, 360, 370, 380 (8가지)

400, 410, 420, 430 (4 가지)

따라서 모든 경우는 $3+4+8\times 3+4=35$ 가지이다.

유제 1

한글은 자음과 모음을 조합하여 글자를 만든다. 다음과 같은 자음과 모음으로 글자를 만들 때, 거울에 비추어도 글자가 되는 글자의 개수를 구하여라.

(단, 븝처럼 평소에 쓰지 않는 글자도 된다.)

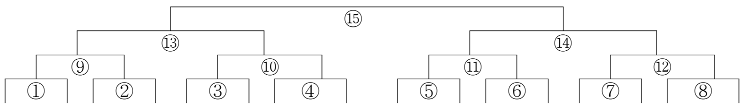
자음 : ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ, ㅇ
모음 : ㅏ, ㅓ, ㅗ, ㅜ, ㅡ, ㅣ

2 탐구예제 원리탐구

어떤 축구대회는 다음과 같이 진행된다. 전체 경기 수는 얼마인가?
(ⅰ) 32팀이 4팀씩 8개조로 나뉘어 조별 리그로 상위 2팀을 선발한다. (리그: 모든 팀이 서로 다른 팀과 경기를 하는 방식)
(ⅱ) (ⅰ)에서 선발된 16팀이 토너먼트로 우승팀을 결정한다. (토너먼트: 두 팀씩 경기를 하여 승자가 계속 올라가는 경기방식)

풀이 답: 63

(해1) (ⅰ) 4팀이 리그로 경기를 할 때, $\frac{4\times3}{2}=6$번의 경기하고, 8개 조가 있으므로 $6\times8=48$(번)의 경기를 한다.
(ⅱ) 16팀이 토너먼트로 경기를 하면, 한번 경기를 하면 한 팀이 탈락하므로 마지막 한 팀이 남아 우승을 하므로 $16-1=15$ (번)의 경기를 한다.
따라서 전체 경기의 수는 $48+15=63$ (번)이다.
(해2) (ⅰ) 갑, 을, 병, 정 4팀이 리그로 경기를 할 때, 다음과 같은 6번의 경기를 한다.
(갑, 을), (갑, 병), (갑, 정), (을, 병), (을, 정), (병, 정)
한 조에서 6번 경기를 하므로 8개 조에서 $6\times8=48$ (번)의 경기를 한다.
(ⅱ) 16팀이 토너먼트로 경기를 하면 다음 그림과 같이 15 (번)의 경기를 한다.



따라서 전체 경기의 수는 $48+15=63$ (번)이다.

유제 2

올림픽 축구 경기에 모두 16개 팀이 참가한다. 16개 팀을 4팀씩 4개 조로 나누어 조별 리그전을 하여 상위 8개 팀을 뽑은 다음, 이 8개 팀이 토너먼트로 시합을 하여 우승팀을 가리기로 한다. 준결승에서 진 팀끼리는 3 • 4위 전을 한 번 더 하고, 우승팀과 3 • 4위를 가리기 위해서는 모두 몇 번의 경기를 해야 하는지에 대하여 다음 물음에 답하여라.
(1) 16개 팀을 4팀씩 4개 조로 나누어 조별 리그전을 하여 상위 8개 팀을 뽑을 때, 몇 번의 경기를 하여야 하는가?

(2) 이 8개 팀이 토너먼트로 시합을 하여 우승팀을 가리기로 할 때, 몇 번의 경기를 하여야 하는가?

(3) 전체 경기의 수를 몇 경기인가?

3 탐구예제 원리탐구

6장의 숫자 카드 $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$를 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 세 자리의 수 중에서 400보다 크고 500보다 작은 5의 배수를 구하는 과정이다.
다음 물음에 답하여라.
(1) 백의 자리에 올 수 있는 숫자

(2) 일의 자리에 올 수 있는 숫자

(3) 세 자리의 수 중에서 400보다 크고 500보다 작은 5의 배수의 개수

풀이 답: (1) 4 (2) 0, 5 (2) 8 (개)

(해1) (1) 400보다 크고 500보다 작은 5의 배수를 만들려면, 백의 자리에는 4밖에 올 수 없다.
(2) 5의 배수가 되려면 일의 자리가 0, 5이면 된다.
(3) 400보다 크고 500보다 작은 5의 배수는 410, 420, 430, 450, 405, 415, 425, 435로 8 (개)다.
(해2) (1) 백의 자리 숫자는 4이다.
(2) 5의 배수가 되려면 일의 자리가 0, 5이면 된다.
(3) $\boxed{4}\ \boxed{A}\ \boxed{B}$ 라고하면 A는 백의 자리 숫자는 4와 일의 자리 숫자에 들어갈 수(0 또는 5)를 제외 한 4가지가 올 수 있고, 5의 배수이므로 $B=0, 5$의 2가지가 올 수 있다. A, B가 연결되어 만들어 지므로 $4\times2=8$개다.

유제 3

$\boxed{0}, \boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{4}$의 다섯 장의 숫자카드 중에서 3장을 뽑아 세 자리 수를 만들 때, 6의 배수는 몇 가지 만들 수 있는가?

4 탐구예제 원리탐구

다음과 같이 10 시 29분을 나타내는 전자시계에서 시각을 다음과 같이 나타낼 때, 오전 9 시부터 낮 12 시까지 세 자리 또는 네 자리의 대칭수가 되는 경우는 모두 몇 번인가? 시간은 다음과 같이 표현한다.

09 : 09⇒909	09 : 11⇒911
10 : 00⇒1000	11 : 49⇒1149

10:29

풀이 답: 8 번

(ⅰ) 9 시부터 9 시 59 분까지는 세 자리의 대칭수로 나타낼 수 있다.
세 자리의 대칭 수는 백의 자리 숫자와 일의 자리 숫자가 같아야 하므로, 9 시 9 분(909), 9 시 19 분(919), 9 시 29 분(929), 9 시 39 분(939), 9 시 49 (949), 9 시 59 분(959)에 대칭이다. 그러므로 모두 6 번 대칭수로 표시된다.
(ⅱ) 10 시부터 12 시까지는 네 자리의 대칭수로 나타낼 수 있다. 네 자리의 대칭수는 천의 자리 숫자와 일의 자리 숫자가 같고, 백의 자리 숫자와 십의 자리 숫자가 같아야 하므로, 10 시 1 분(1001), 11 시 11 분(1111)에 대칭수가 된다. 그러므로 모두 2 번 대칭수로 표시된다.
따라서 오전 9 시부터 12 시까지 대칭수로 표시되는 때는 모두 $6+2=8$ (번)이다.

유제 4

22, 292, 2992 와 같이 바로 읽거나 거꾸로 읽어도 같은 수를 대칭수라고 한다. **세 자리 수** 중 대칭수를 작은 수부터 차례로 늘어놓을 때, 29 째 번 대칭 수는 무엇인가?

종합문제 A

1. 수돌이는 장난이 무척 심하고 사탕을 무척 좋아했다. 하루는 사탕공장을 하는 아버지가 밖에 나가면서 장난을 못하도록 사탕이 들어있는 커다란 바구니(약 1만개가 넘게 들어감)를 주며 자기가 돌아올 때까지 다 세어 놓으라고 했다. 그런데 수돌이는 아버지가 나가시자 잠깐 동안 사탕을 세는 듯하더니 바로 밖으로 나가 하루 종일 신나게 놀았다. 집으로 돌아온 아버지는 직원에게서 보고를 받고는 화가 났다. 그래서 아들에게 사탕을 다 세어 놓았는지 물었다. 수돌이는 너무 태연하게 "네."라고 대답을 했다. 수돌이의 대답을 들은 아버지는 어떻게 사탕을 다 세었는지 물었다. 수돌이는 짧은 시간에 어떻게 많은 사탕을 다 세었을까? 설명해보아라.

2. 다음 숫자 카드 중에서 서로 다른 3 장을 뽑아 세 자리 수를 만들 때, 만들 수 있는 모든 수들의 합을 구하려고 한다. 물음에 답하여라.

$\boxed{1}\boxed{3}\boxed{5}\boxed{7}\boxed{9}$

(1) 백의 자리가 1 일 때 만들 수 있는 세 자리 수는 모두 몇 개인가?

백	십	일
1		

(2) 백의 자리에 들어 갈 수 있는 숫자는 5 개이다. 만들 수 있는 세 자리 수는 모두 몇 개인가?

(3) 세 자리 수를 만들 때 숫자 카드 $\boxed{1}$ 은 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에 각각 몇 번씩 사용되었는가?

(4) 다른 숫자카드도 모두 같은 횟수만큼 사용되었다. 5 장의 숫자 카드 중에서 서로 다른 3 장을 뽑아 세 자리 수를 만들 때, 만들 수 있는 모든 수들의 합을 구하여라.

3. 다음과 같이 10 시 29분을 나타내는 전자시계에서 10 시부터 12 시까지 매분마다 전자 시계에 표시되는 숫자 ‘2’는 모두 몇 개인가?

10:29

4. 수돌이네 친구들은 모두 개성이 독특하여 똑같은 맛의 음식을 먹으려 하지 안는다. 마침 오늘이 수돌이 생일이여서 수돌이네 집에서 생일파티를 하기로 하였다. 수돌이 포함 10 명이 각각 빵 3개와 음료수 2 캔을 먹기로 하였다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 10 명이 서로 다른 음료수 2 캔을 마시려면 몇 종류의 음료수를 준비하여야 하는가? (단, 음료수 A, B, C가 있다면 AA와 AB는 서로 다른 맛이다.)

(2) 10 명이 서로 다른 빵 3개를 먹으려면 몇 종류의 빵을 준비하여야 하는가? (단, 빵 A, B, C가 있다면 AAA와 AAB는 서로 다른 맛이다.)

(3) 수돌이 포함 20 명이 각각 빵 3개와 음료수 2 캔을 먹기로 하였다면 음료수와 빵은 각각 몇 종류를 준비하여야 하는가?

5. 과거 시험을 보러 가는 중 3명의 나그네가 만나게 되었다. 산길을 가다가 잠시 쉬었다 가자고 앉아 있다가 재미있는 생각을 해냈다. 가위, 바위, 보를 하여 진 사람이 등짐을 모아 지기로 하였다. 그런데 안타깝게도 승부가 나지 않는 경우는 몇 가지인지 구하여라.

6. 원리씨는 5 살 수돌, 8 살 수순, 10 살 학돌, 세 자녀를 두고 있다. 10 개가 들어있는 아이스크림 한 봉지를 사서 집으로 돌아와 세 자녀에게 각각 3 개씩을 주고 1 개가 남았다. 세 자녀는 날씨가 너무 더워 가족 간의 우애도 없이 마지막 남은 1 개를 서로 먹겠다고 아우성이다. 따라서 원리씨는 한 가지 제안을 했다. $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 개의 점이 찍힌 두 개의 주사위를 던져서 점의 합이 각자의 나이와 같게 나오는 사람이 마지막 아이스크림을 먹도록 하였다. 누가 마지막 아이스크림을 먹을 확률이 클까? 다음 물음에 답하여라.

(1) 두 개의 주사위를 던져서 점의 합이 나오는 경우의 수

(2) 두 개의 주사위를 던져서 점의 합이 5가 나오는 경우의 수

(3) 두 개의 주사위를 던져서 점의 합이 8이 나오는 경우의 수

(4) 두 개의 주사위를 던져서 점의 합이 10 이 나오는 경우의 수

(5) 두 개의 주사위를 던져서 점의 합이 5 , 8 , 10 이 나올 확률

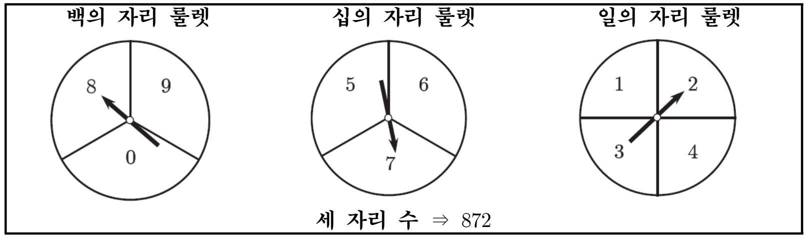
(6) 누가 마지막 아이스크림을 먹을 확률이 클까?

탐구예제 B

5 탐구예제

원리탐구

다음은 숫자 룰렛을 돌려서 세 자리 수를 만든 것이다. 물음에 답하여라.



(1) 숫자 룰렛으로 만들 수 있는 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라.

(2) 숫자 룰렛으로 만들 수 있는 900 보다 큰 짝수를 모두 구하여라.

풀이 답: (1) 123 (2) 974, 972, 964, 962, 954, 952

(1) 숫자 룰렛으로 만들 수 있는 가장 큰 수는 각 자리 숫자가 각각 가장 커야 하므로 974 이고 이다. 숫자 룰렛으로 만들 수 있는 가장 작은 수는 각 자리 숫자가 각각 가장 작아야 하나 백의 자리는 0 이 올 수 없으므로 851 이다.

따라서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차는 $974-851=123$ 이다.

(2) (해1) 900 보다 큰 수이므로 백의 자리 숫자는 9 이다. 짝수이므로 일의 자리 숫자는 4, 2 이다. 따라서 900 보다 큰 짝수는 974, 972, 964, 962, 954, 952 이다.

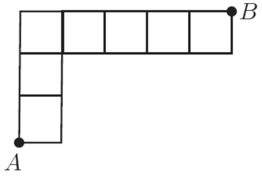
(해2) 백의자리 9 의 한 가지, 십의자리 5, 6, 7 의 세 가지, 일의자리 2, 4 의 두 가지이므로 $1\times3\times2=6$ 가지이다.

유제 5

2, 2, 3, 3, 4, 4 의 숫자가 적혀 있는 주사위를 3 번 던져 나온 숫자를 순서대로 써서 세 자리 수를 만들려고 한다. 만들 수 있는 수 중에서 300 보다 작은 짝수는 모두 몇 개인가?

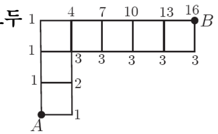
6 탐구예제 원리탐구

A에서 B까지 선을 따라 가는 가장 짧은 길은 모두 몇 가지인가?



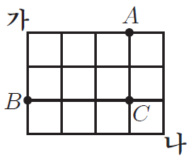
풀이 답: 16 가지

A 선에서 B까지 선을 따라 가는 가장 짧은 길은($\rightarrow$) 방향 또는 ($\uparrow$)방향으로만 가는 것이다. 각 점까지 가는 최단경로의 가짓수를 적어 보면 그림과 같다. 따라서 모두 16가지의 길이 있다.



유제 6

다음 그림은 어느 도시의 도로망을 나타낸 것이다. 가에서 나까지 가는 방법을 다음과 같이 알아보아라. (단, 가장 가까운 길만 생각한다.)

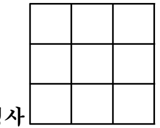


(1) 도중에 A를 거쳐 가는 길은 몇 가지인가?

(2) 도중에 C를 거쳐 가는 방법은 몇 가지인가?

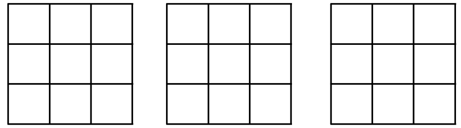
7 탐구예제 원리탐구

그림과 같이 정사각형 9개가 모여 생긴 16개의 꼭지점으로 이루어진 도형에서 다음을 구하여라.



(1) **선분을 따라** 만들 수 있는 정사각형의 수

(2) 16개의 꼭지점 중 4개를 이어 만들 수 있는 정사각형을 (1)의 정사각형을 제외하고 그려 넣고, (1)을 포함하여 정사각형이 몇 개인가?



(3) (1)과 (2)를 포함한 규칙을 찾아보아라.

풀이 답: (1) 14(개) (2) 20(개) (3) 그림참조

(1) 1개짜리: $3\times3=9$개, 4개짜리: $2\times2=4$개, 9개짜리: $1\times1=1$개

그러므로 $3\times3+2\times2+1\times1=9+4+1=14$(개)이다.

(2) [그림1]: $2\times2=4$개, [그림2]: $1\times1=1$개, [그림3]: $1\times1=1$개,

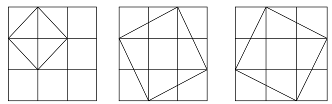
따라서 (1)번 $3\times3+2\times2+1\times1=9+4+1=14$(개)

$2\times2+1\times1=4+1=5$, $1\times1=1$

이므로 $14+5+1=20$(개)이다.

(3) 다음과 같은 규칙을 찾을 수 있다.

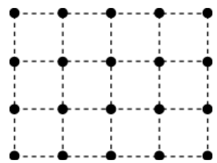
$3\times3+2\times2+1\times1$
$2\times2+1\times1$
1×1



[그림1] [그림2] [그림3]

유제 7

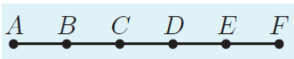
그림과 같은 20개의 점이 있는 정사각형 점판에서 점 4개를 꼭지점으로 가지는 정사각형은 모두 몇 개인가?

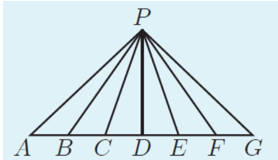


8 탐구예제 원리탐구

다음 도형의 개수를 구하여라.

(1) 다음 그림에서 서로 다른 선분의 개수　(2) 다음 그림에서 삼각형의 개수





풀이 답: (1) 15가지　(2) 21개

(1) (해1) 선분을 선택하려면 6개의 점 중에서 2개의 점을 선택하는 경우와 같고,

A, B와 B, A로 선택될 경우는 같은 선분을 나타내므로 $\frac{6\times5}{2}=15$ (가지)이다.

(해2) A에서 선택할 수 있는 점은 B, C, D, E, F로 5가지

B에서 선택할 수 있는 점은 C, D, E, F로 4가지

C에서 선택할 수 있는 점은 D, E, F로 3가지

D에서 선택할 수 있는 점은 E, F로 2가지

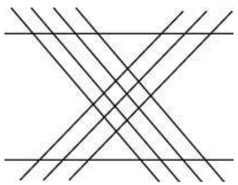
E에서 선택할 수 있는 점은 F로 1가지이므로 $5+4+3+2+1=15$ (가지)이다.

(2) (해1) 이 문제의 경우 어떻게 삼각형이 만들어 지는지를 파악하면 쉽게 풀린다. 이 도형에서 삼각형을 만들 경우 위 꼭지점 P는 항상 사용되고 밑변의 7개 점에서 2개를 선택하는 방법이 삼각형의 개수와 같으므로 $\frac{7\times6}{2}=21$이다.

(해2) 작은 삼각형 6개, 삼각형 2개씩 붙인 삼각형 5개, 삼각형 3개를 붙인 삼각형 4개… 와 같이 구하면 $6+5+4+3+2+1=21$이나, (해1)의 방법보다 좀 더 복잡하므로 (해1)의 경우를 사용하는 것이 더 편리하다.

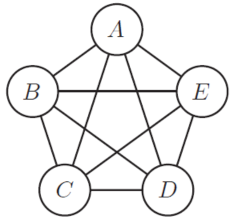
유제 8

다음 그림에서 선을 따라 그릴 수 있는 삼각형은 모두 몇 개인가?

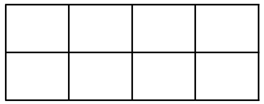


종합문제 B

1. 다음 그림에서 점 A에서 시작하여 다시 점 A로 돌아오려 한다. 모든 점을 한 번씩만 거쳐 다시 돌아오는 서로 다른 방법은 모두 몇 가지인가?



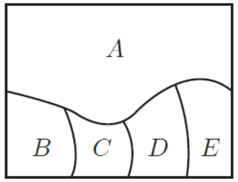
2. 다음 그림에서 직사각형의 개수를 구하여라.



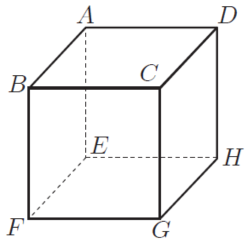
3. 다음 □안에 들어갈 수 있는 숫자는 모두 몇 쌍인가?

$92637484 < 92\square3\square4\square3$

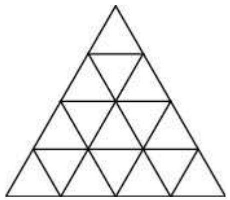
4. 다음 그림과 같은 타일을 만들 때, 빨강, 주황, 노랑, 초록 4 가지 색을 $A \sim E$의 영역이 구분이 되도록 색칠을 하는데 같은 색은 몇 번이라도 사용할 수 있다면 색칠을 하는 모든 경우의 수를 구하여라.



5. 그림의 직육면체에서 모서리를 따라 A에서 G로 갈 때, 가장 짧은 길로 찾아가는 방법은 모두 몇 가지인가?



6. 다음 그림에서 선을 따라 그릴 수 있는 삼각형은 모두 몇 개인가?



[사고력 퀴즈와 퍼즐]

1. 1, 2, 3, 4, 5가 적힌 다섯 장의 카드를 다음 규칙에 따라 위치를 서로 바꾸어 새로 늘어놓으려 한다. 이 때, $C\times100+D\times10+E$ 의 값이 가장 크게 되는 경우에 그 값은 얼마인가?

(처음)

1	2	3	4	5

→

(나중)

A	B	C	D	E

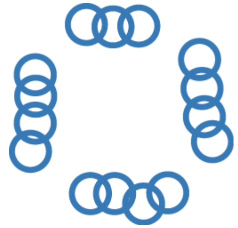
규칙

(1) 각 카드는 반드시 다른 자리로 옮겨 놓는다.
(2) $A+C+D=9$
(3) $A=D+2$

[생활 속의 수학]

1. 가장 적은 비용으로 목걸이 만들기

그림과 같이 네 도막으로 나누어져 있는 목걸이를 둥글게 이으려고 한다. 고리 하나를 끊는 데는 500원의 비용이 필요하고, 고리 양쪽을 한 번 잇는 데는 3000원의 비용이 필요하다. 이 목걸이를 둥글게 이을 때, 필요한 **가장 적은 비용**을 구하여라.



2. 인간의 번뇌의 가지 수

번뇌는 사람의 6가지 감각 기관인 눈, 코, 귀, 입, 몸, 머리에서 나왔다고 한다.
눈은 색을 보고, 코는 냄새를 맡고, 귀는 소리를 듣고, 입을 맛을 느끼며, 몸은 촉감을, 머리는 생각을 한다. 이 6가지의 기관은 좋아하거나, 싫어하거나, 좋아하지도 싫어하지도 않는 3가지 느낌이 있으며, 또 이것은 깨끗함과 더러움의 2종류로 나뉘며, 이러한 번뇌들은 과거, 현재, 미래의 3가지 경우가 있게 된다. 따라서 번뇌의 전체 경우의 수는 (　　　)가지이므로 (　　　)라 한다.

[읽을거리]

1. 멘델의 유전 연구와 확률을 이용하는 직업분야

오랫동안 사람들은 어버이의 형질이 어떻게 자손에게 그대로 전달되는지에 대하여 의문을 가져 왔다.

오스트리아의 학자이자 수도원의 사제이기도 하였던 멘델(Mendel, G. J. ; 1822 ~ 1884)은 "식물 잡종에 관한 실험(1866)"에서 완두콩을 재료로 한 교배 실험을 통하여 완두콩의 종자의 색이 어떻게 유전되는지를 연구하여 일반적인 유전의 법칙을 입증할 수 있는 통계학적 규칙을 발표하였다.

그는 완두콩을 재배하던 중 우연히 어느 한 완두콩으로부터 녹색 종자와 황색 종자가 생기는 것을 보았다. 멘델은 이러한 계통의 완두콩에는 세 종류의 종자, 즉 순종인 녹색 종자, 순종인 황색 종자, 잡종인 황색 종자가 있다고 생각하였다. 그래서 순종인 녹색 종자만을 뿌렸더니 녹색 종자만 생겼고, 순종인 황색 종자만을 뿌렸더니 황색 종자만 생겼다. 그런데 잡종이라고 생각되는 황색 종자를 뿌렸더니 황색 종자가 3:1의 비율로 녹색 종자보다 많이 생겼다.

이에 대하여 보다 자세한 연구 결과 순종인 황색 종자, 잡종인 황색 종자, 순종인 녹색 종자의 비가 1:2:1로 나타난다는 것을 알게 되었다. 멘델은 이 실험 결과를 확률을 이용하여 분석하였고, 그 결과 유전의 법칙을 밝혀내었다.

확률은 이 밖에도 일기 예보, 병에 의한 사망률, 야구 시합에서의 승률, 물가 상승률 등에 이용되므로, 우리들은 확률과 통계의 소용돌이 속에서 살고 있다고 해도 과언이 아니다.

우리 생활에서 확률을 이용하는 분야에는 어떤 것이 있을까?

통계청에서는 우리나라에서 일어나는 많은 일들의 통계를 내고 확률을 구하여 우리의 미래를 예측할 수 있도록 돕는다. 정책을 결정하는 사람들은 이 결과를 참고하여 여러 가지 정책들을 내놓기도 한다.

확률을 중요하게 이용하는 또 다른 곳은 기상청이다. 기상청에서는 일기 예보를 통해 사람들이 미리 날씨를 예측할 수 있도록 도움을 준다. 일기 예보는 비가 올 확률을 계산하고 기후, 기온의 예측을 통해 우리 생활을 편리하게 하며, 기상과 관련된 사업을 하는 기업의 경제적 손실 등에 대비하는 데 도움을 주기도 한다.

여론 조사 기관에서도 확률을 이용한다. 선거 기간에는 어떤 후보가 당선 가능성이 높은지 확률을 계산하여 정보를 제공한다. 또한, 뉴스, 신문 등의 언론매체도 여론 조사를 통한 결과를 참고하여 기사를 보도한다. 보험사나 증권사와 같은 금융 분야에서도 확률을 이용하여 이익을 높이고, 손실을 줄이기 위한 방법을 찾는다.

또한 앞으로 생명 과학, 유전 공학, 스포츠 분석가, 전문 경영인으로 진출하려는 사람은 무엇보다도 확률 학습에 힘써야 할 것이다.

2. 자물쇠의 비밀을 풀어라.

소련의 한 정부 기관에서 혁명 전의 자료를 간직한 내화금고를 발견하였다. 열쇠도 함께 발견되었으나, 열쇠를 사용하려면 먼저 금고문에 달린 자물쇠의 패스워드를 알아야만 했다. 자물쇠는 원통형이었고 그 원통에는 5줄로 나뉘어서 러시아어 알파벳 36개가 써져 있었다. 즉 5개의 알파벳으로 된 단어를 맞추어야만 문을 열 수 있다. 이 단어를 아는 사람은 아무도 없었기 때문에, 이 금고를 부수지 않고 열기 위해선 원통에 있는 알파벳을 모두 조합해 보는 방법 밖에 없었다. 한 가지 조합을 만드는데 3초가 걸린다.

작업일 수(1일 작업 시간은 8시간으로 한다. 여기서 작업일수라 함은 1일을 8시간으로 계산한 것이다.)를 10일로 정하면 이 기간 내에 금고를 여는 것이 가능할까?

먼저 36개의 알파벳을 이용해 몇 개의 조합을 만들 수 있는지 계산해 보자.(단, 중복도 가능하다.)

원통의 첫 번째 줄에 36개의 알파벳 중 하나를 입력시킬 수 있으므로 경우의 수는 36이다. 원통의 두 번째 줄에도 마찬가지로 36개의 알파벳 중 하나를 입력시킬 수 있다. 중복이 가능하므로 역시 경우의 수는 36이다. 따라서 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $36 \times 36 = 36^2$이다.

이 조합의 각각에 세 번째 줄에 입력 가능한 알파벳 36개를 갖다 붙일 수 있다. 그러면 가능한 모든 경우의 수는 $36^2 \times 36 = 36^3$이다.

이런 방식으로 네 개의 알파벳 조합은 36^4이 되고, 알파벳 다섯 개의 조합은 36^5, 즉 60,466,176가지가 된다. 약 육천만 개의 조합을 만들려면, 한 개당 3초씩 소요되므로 $3 \times 60{,}466{,}176 = 181{,}398{,}528$초가 필요하다. 이는 50,000시간이 넘고, 거의 6,300일의 작업일 수 가 되고 햇수로는 20년 이상 된다. 따라서 열흘의 작업일 동안 금고를 열 가능성은 $\frac{10}{6300}$, 또는 $\frac{1}{630}$로 매우 희박함을 알 수 있다.

[출전: 페렐만의 살아있는 수학 3, 써네스트]