100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

100 문제를 푸는 것보다 1가지 원리를 가르칩니다!

원리탐구 II · III을 이해한(초6 · 중1 · 2)

스토리텔링 · 영재교육원대비

Mathematics Storytelling Novel Puzzle I 하

저자 최 경호

최상위권 학생이 되기 위한 수학적 창의 · 사고 · 상상력 향상 그리고 재미

특별 콘테츠

콘텐츠 1. 탐구예제 동영상 서비스(www.ml239.com)

콘텐츠 2. 수학소설 6권의 내용을 수학문제집화 하여 수록 및 동영상 서비스

콘텐츠 3. 생활 속의 수학과 풍부한 읽을거리 제공

클라인 병(klein bottle)

2

홈페이지(www.m1239.com)동영상 강의 및 풀이

원리탐구

클라인 병(Klein bottle)

독일의 수학자 F.클라인이 고안한 바깥쪽과 안쪽을 구별할 수 없는 단측곡면(單側曲面)

SNP Ⅰ(하) 차례

제1편 창의력 문제

제2편 수학소설(6권) 문제

수학문제 수록된 소설목록				
	제목	지은이	출판사	동영상 유무
제 1권	수학 시트콤(전)	Christoph Drősser 지음 전 대호 옮김	해나무	있음
제 2권	수학 시트콤(후)			있음
제 3권	수학 먹는 달팽이	Armand Herscovici 지음 문 선영 옮김	까치	있음
제 4권	살아있는 수학 3	Yakov Perelman 지음 조 수영 옮김	써네스트	있음
제 5권	살아있는 수학 4	Yakov Perelman 지음 김 영란 옮김	써네스트	있음
제 6권	수학의 유혹	강 석진 지음	문학동네	준비 중

	일반 수리 창의력	읽을거리
제5강	1. 토끼와 거북이의 경주 2. 서울광장에 모인 인원수는 어떻게 셀까?	1. 술탄의 정책 2. 통계를 신뢰할 것인가?
제6강	1. 19가 나오는 문제 만들기 1. 판자를 길게 만드는 방법	1. '속삭이는 회랑'의 비밀 2. 왜 태양 빛을 평행하다고 말할 수 있을까? 3. 1m(미터)의 기원과 기준의 변화
제7강	1. 정이십면체를 깎으면 축구공이 된다? 2. 우리겨레의 14면 주사위 (목제 주령구) 만들기	1. 현명한 까마귀의 물마시기 2. 누가 더 추울까? 3. 걸리버의 식사량은 소인국 사람 1728명분인 이유
제8강	1. 5와 35의 공통점 2. 달력 만들기	1. 물로 만든 산(Water mountain)이 있을까? 2. 왜 먼지와 구름은 공중에 떠다닐까?

개정판을 내면서

스토리텔링 수학이 2012년 1월 교육과학기술부가 내놓은 수학교육 선진화 방안의 내용에 포함되어 더욱 더 SNP의 효용성이 커짐에 따라 내용의 일부를 교정하고, 수학소설을 최근의 소설로 바꾸는 등 일부의 변화와 오류를 바로 잡아 개정판을 내게 되었습니다. 앞으로 더욱 재미있고, 시대에 부응하는 내용으로 교정할 것을 약속합니다.

2012년 6월 저자 최 경호

재개정판을 내면서

스토리텔링 수학이 2012년 1월 교육과학기술부가 내놓은 수학교육 선진화 방안의 내용에 포함되고 2013년부터 시행됨에 따라 더욱 더 SNP의 효용성이 커져 내용의 일부를 스토리텔링 문제로 교체 교정하고, 수학소설을 최근의 소설로 바꾸는 등 일부의 변화와 오류를 바로 잡아 재개정판을 내게 되었습니다. 앞으로 더욱 재미있고, 시대에 부응하는 내용으로 교정할 것을 약속합니다. **종전의 책이름 CNP를 스토리텔링의 약자인 SNP로 바꾸었습니다.**

2013년 6월 저자 최 경호

머리말

1. 수학 SNP 시리즈를 펴내며

정보통신의 혁명은 교육 분야에 새로운 지식과 상황적응력, 응용력, 창의력과 개성존중 등을 가져왔습니다.
이에 발맞추어 시험방식과 입시제도는 주관식 서술형강화와 더 나아가 논술・구술문제, 심층면접 및 입학사정관제도 등으로 변함에 따라 공부 방법도 변화에 순응 및 앞서가야 합니다.

이러한 변화에 맞추어 수학 원리탐구 시리즈(Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・Ⅳ・Ⅴ)를 출간(2005년 7월)하기 시작한지 벌써 만 5년이 지났습니다. 원리탐구 시리즈는 교육의 내용과 더불어 수학적사고 시스템 및 습관에 중점을 두었다면, 이번 SNPⅠ・Ⅱ・**Ⅲ과 자사고 대비수학은 원리탐구 시리즈의 이해를 바탕으로 제1편 스토리텔링 문제, 사고력 퀴즈와 퍼즐, 생활 속 수학 문제, 읽을거리와 더불어 제2편 수학소설 문제를 통하여 스토리텔링・창의력・잠재력이 요구되는 영재교육원 및 입학사정관제에 초점**을 두고 2년여 준비기간을 거쳐 출간하게 되었습니다.

SNP는 스토리텔링(Storyte11ing)・소설(Novel)・퍼즐(Puzzle)의 약자로 소설책의 내용과 주제를 바탕으로 문제를 각색하고 창조하여 붙인 이름입니다.

수학 원리탐구 시리즈가 수학의 기본 원리서로 계속적 보완・교정을 약속하여 실행하고 있듯이, SNP시리즈도 더 만은 연구와 노력을 통한 보완・교정으로 **스토리텔링・**창의력과 잠재력 향상에 도움이 되도록 하겠습니다.

2. 수학 SNP의 중점내용

스토리텔링・창의력과 잠재력이 요구되는 영재교육원대비와 다가오는 입학사정관제도를 대비하여 다음과 같은 내용으로 구성되어 있습니다.

(1) 새로운 스토리텔링・창의력 문제(원리탐구 시리즈의 이해를 바탕으로 함)
원리탐구 시리즈에서 수학적 사고시스템과 이론을 확립하여 이를 바탕으로 각각의 내용들이 시중에 나와 있는 중요한 문제도 있지만 대부분이 새로운 문제로 구성・전개되어 있으므로 처음 접하는 학생은 매우 생소하고 어려워 보일 수 있습니다. 따라서 학년별로 어려움이 있을 때는 각 단계에 맞은 원리탐구 시리즈를 공부하고 보기 바랍니다.

(2) 소설을 통한 상상력과 간접경험(제2편은 관련된 원작수학소설책 읽기를 권함)
앞에서 제시한 수학책들이 제기한 문제와 주제들을 바탕으로 각색, 창조된 문제들이 많으며, 제2편은 소설속의 내용의 이해를 전제로 한 문제들이 다소 있으므로 문제를 풀기 전에 관련 수학소설책을 읽어야 효율적인 공부가 되며, 관련 원작소설을 통하여 상상력과 수학 관련 간접경험의 중요 부분을 채우기를 권합니다.

(3) 사고력 퀴즈와 퍼즐을 풀면서 재미와 어려운 문제 해결능력
각 단원의 창의력문제 이후에 사고력 퀴즈와 퍼즐을 넣어 문제풀이과정에서 나타날 수 있는 피곤함과 지루함을 없애고 재미를 느낄 수 있도록 사고력 퀴즈와 퍼즐을 두었습니다. 단순한 재미도 느낄 수 있지만 이를 통하여 지식을 넓이고, 어려운 문제를 쉽게 푸는 능력을 배양하는 데에도 목적이 있습니다.

(4) 생활 속 수학과 읽을거리에 의한 현실적응・잠재력 향상
각 단원 끝의 생활 속 수학과 읽을거리를 통하여 현실적으로 수학이 어떻게 응용・활용되는지를 알게 하도록 하였으며, 이를 통하여 자신에 내제되어있는 능력을 일깨우고 충분히 발휘할 수 있도록 하는 밑거름이 되었으면 하는 바람입니다. 제2편의 소설 속에 수록된 내용과 문제도 있지만, 앞에 참고한 소설 속에 있는 내용을 각색, 창조하여 수록했으며, 그대로 인용하는 경우 출전을 밝혀놓았으므로 관련 원작소설을 통하여 이해도를 높이기 바랍니다. 그러나 인터넷이나 오래된 내용 중에는 출전이 없거나 모르는 경우가 있어 출전을 밝히지 못함을 양해바라며, 혹 밝혀지는 경우 써넣도록 하겠습니다.

3. 수학 SNP의 구성 및 학습대상

수학 SNP시리즈는 수학 SNP Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ 6권(각권 상・하)과 자사고 수학 2권(정수・기하/ 해석・조합)으로 총 8권으로 구성되어 있습니다.
SNP Ⅰ・Ⅱ는 각 권당 4단원 7강, SNP Ⅲ은 4단원 7강으로 구성되어 있습니다.
SNP Ⅲ이 가장 낮은 단계이고, SNPⅠ이 높은 단계이며, 상하권은 내용상의 분류입니다. 원리탐구시리즈의 이해를 바탕으로 하는 내용이므로 아래의 표와 같이 원리탐구의 단계별 공부가 되어있어야만 문제를 이해하는데 효율적입니다.

수학 SNP・자사고 대비수학 단계별 대상표

교재명	단원	대상	원리탐구수료 단계
SNPⅠ(상・하)	각권 4단원 7강	초6・중1・2	Ⅱ・Ⅲ
SNPⅡ(상・하)	각권 4단원 7강	초5・6	Ⅲ・Ⅳ
SNPⅢ(상・하)	각권 7단원 7강	초3・4・5	Ⅳ・Ⅴ
자사고 수학 (정수・기하)	11단원 11강	중1・2・3	Ⅰ
자사고 수학 (해석・조합)	11단원 11강	중1・2・3	Ⅰ

4. 맺음말

2년여 동안의 소설읽기와 문제 만들기 및 연구의 산물이 세상에 나오게 되어 기쁨과 더불어 무한한 책임을 느낍니다. 재미있고 유익한 소설책을 써주신 소설가, 교수님, 인터넷 논객, 번역자님들께 감사의 말을 드리고 앞으로 더 많고 좋은 책이 나오기를 기대합니다. 많은 독서와 질 높은 강의, 더 많은 노력을 통하여 더욱 유익하고, 재미있는 수학 SNP가 될 수 있도록 계속적으로 보완·교정해 나갈 것을 약속드립니다. 이 책을 쓰는데 많은 도움과, 동영상 제작에 힘써주신 안 용태, 문 원기 선생께 감사의 마음을 전합니다.

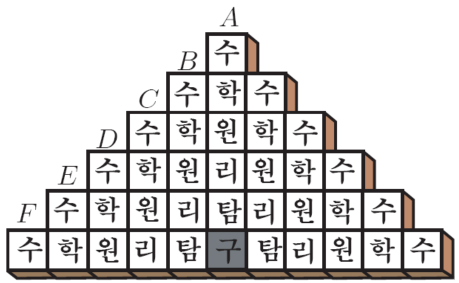
2010년 10월 저자 최 경호

※ 설명에 오류가 있거나 오차, 탈자를 바로잡는 경우, 홈페이지(m1239.co.kr)에 올리겠으므로 참고하시고, 책에 관한 질문이나 의문사항을 올려주시면 사례하겠습니다.

제 1편 스토리텔링 문제

클라인 병(Klein bottle)
독일의 수학자 F.클라인이 고안한 바깥쪽과 안쪽을 구별할 수 없는 단측곡면(單側曲面)

제 5강 확률과 통계



탐구예제 A

1 탐구예제

원리탐구

학돌이가 도박을 하는 슬롯머신의 당첨 확률은 2 분의 1 이다. 즉, 100 원짜리 동전을 집어넣었을 때 당첨이 되면 200 원이 나오고 안 되면 그냥 잃게 했다는 뜻이다. 학돌이는 그 사실을 알고 잔머리를 굴렸다. "음, 무조건 주머니에 있는 돈의 반씩 걸면 본전은 되겠군." 그래서 무조건 가진 돈의 반씩 슬롯머신 안에 집어넣었다. 그러니까 수중에 10,000 원이 있으면 5,000 원을 100 만원이 있으면 50 만원을 슬롯머신에 집어넣었다는 뜻이다. 학돌이가 처음 640,000원으로 6번의 게임을 했더니(정확하게는 6번을 집어넣고 당겼더니)3번은 따고 3번을 잃었다.(당첨 확률이 2 분의 1 이므로) 다음 물음에 답하여라.

(1) 학돌이의 주머니 사정은 어떻게 됐을까? 잔머리를 굴린 대로 본전인 채 있을까? 다음 보기에서 골라보자.

① 딴다. ② 잃는다. ③ 본전이다. ④ 잃고 따는 순서에 따라 다르다. ⑤ 답이 없다.

(2) 6번의 게임을 한 후 학돌이가 가진 돈은 얼마인가?

풀이 답: (1) ② (2) 270,000원

(1) 다음의 (2) 번 식 참조

(2) 잃을 때는 가진 돈의 반을 집어넣고 잃었으므로 가진 돈의 $\frac{1}{2}$이 되고, 딸 때는 가진 돈의 반을 집어넣고 넣은 만큼 땄으므로 가진 돈의 $\frac{3}{2}$이 되므로 다음식이 성립된다.

$$640,0000\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{3}{2}\right)^3=640,0000\times\left(\frac{3}{4}\right)^3=270,000$$

유제 1

수돌이가 도박을 하는 슬롯머신의 당첨 확률은 2 분의 1 이다. 즉, 100 원짜리 동전을 집어넣었을 때 당첨이 되면 200 원이 나오고 안 되면 그냥 잃게 했다는 뜻이다. 수돌이가 처음 12,800원으로 가지고 있는 돈의 반씩 걸어 7번의 게임을 했더니 4번은 따고 3번을 잃었다. 7번의 게임을 한 후 수돌이는 딸까, 잃을까?

2 탐구예제 원리탐구

작은 영역의 상위관계가 부분을 합하여 전체의 합계를 내 보았을 때, 역전이 되는 현상을 영국의 통계학자 심프슨(E.H Simpson)의 이름을 따서 '심프슨의 역설'이라고 한다. 다음은 1973년 미국 캘리포니아 주립대학교(UC Berkeley)에서 학생의 성별에 따른 대학원 합격률을 조사한 것이다. 예를 들어 어느 대학교의 공학부에서 900명의 학생을, 식품영양학과에서 100명의 학생을 모집했는데, 성별 지원자 수와 합격자 수가 다음과 같다고 하자. 빈칸에 합격자와 합격률 합계를 계산하여 남학생과 여학생 중 누가 합격률이 높은지 알아보아라.

학과	정원	남학생			여학생		
		지원자	합격자	합격률	지원자	합격자	합격률
공학부	900명	900명		80%	200명		90%
식품영양학과	100명	100명		10%	800명	90명	11.3%
합계	1000명	1000명			1000명		

풀이 답: 남학생

학과	정원	남학생			여학생		
		지원자	합격자	합격률	지원자	합격자	합격률
공학부	900명	900명	720명	80%	200명	180명	90%
식품영양학과	100명	100명	10명	10%	800명	90명	11.3%
합계	1000명	1000명	730명	73%	1000명	270명	27%

공학부와 식품영양학과 모두 여학생의 합격률이 남학생의 합격률보다 높다. 그런데 전체 합격률은 남학생 73%, 여학생 27%로 오히려 남학생의 합격률이 훨씬 높다. 각 모집 단위에서 여학생이 남학생보다 높은 입학률을 보였으므로 전체에서도 여학생이 남학생보다 높은 입학률을 보일 것으로 기대하기 쉬운데, 확률에서는 이러한 논리가 적용되지 않는다.
이와 같은 현상을 심프슨의 역설(Simpson's paradox)이라 한다.

유제 2

수돌이와 학돌이가 서울 시장에 출마하여 선거를 실시한 후 출구조사해 보니 다음과 같았다. 누가 당선될 확률이 높은가? 빈칸에 지지인원과 지지율 합을 계산하여 판단하여라.

	수돌이 지지율			학돌이 지지율		
	조사대상(명)	지지율	지지인원	조사대상(명)	지지율	지지인원
송파구	600	30%		40	25%	
강동구	200	40%		600	35%	
합	800			640		

3 탐구예제 원리탐구

새 학기가 되면 교실 게시판에 학생들의 생일을 적어 놓는데, 신기하게도 생일이 같은 사람이 꽤 많다. 1년은 365일이나 되니 366명 정도는 모여야 한 쌍 정도가 생일이 같지 않을까 싶은데, 어째서 그럴까? 먼저 축구 경기를 가정해 보자.
축구장에는 선수가 22명, 주심 1명, 선심 2명 등 모두 25명이 같이 뛰게 된다.
한 경기마다 생일이 같은 사람이 섞여 있을 가능성은 얼마나 될까?
이런 계산을 할 땐 반대로 **생일이 모두 다를 경우를 생각 하면 훨씬 쉽다.**
먼저 2명이 있을 때, 첫 번째 사람의 생일이 5월 5일이라면, 다른 한 명의 생일은 365일 중에서 이 날을 제외한 364일 중 어느 날이어야 한다. 따라서 2명의 생일이 다를 확률은 $\frac{364}{365}$이다. 또, 3명의 생일이 모두 다를 확률은 얼마나 될까?
3명의 생일이 모두 달라야 하므로 $\frac{364}{365}\times\frac{363}{365}$이 된다. 이렇게 계속 계산하면 25명의 생일이 모두 다를 확률은 계산기를 이용해서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{364}{365}\times\frac{363}{365}\times\frac{362}{365}\times\frac{361}{365}\times\cdots\times\frac{341}{365} \fallingdotseq 0.43$$

따라서 25명의 선수 중 생일이 같은 선수가 한 쌍이라도 섞여 뛰게 될 확률은 약 $0.57=(1-0.43)$ 정도이다.
즉, 10번의 축구 경기가 있을 때 5.7경기, 약 6경기 정도는 생일이 같은 사람이 뛰고 있을 가능성이 있는 셈이다. 이 정도면 굉장히 흔한 일이 아닐까?
여러분이 어떤 모임에서 같은 생일의 사람을 만날 확률은 얼마일까?
계산기를 두드리다 보면 혹 인연의 깊이도 수학으로 가늠해 볼 수 있을지 모른다.
(1) 수돌, 학돌, 수순, 학순이 4명은 2000년 9월 20에서 29일까지 10일 동안에 태어났으나 며칠 인 지는 서로 말을 안했다. 이들 4명의 생일이 서로 같은 사람이 있을 확률을 %로 구하여라.

(2) 한 반의 구성원이 30명인 경우 생일이 같은 사람이 있을 확률을 %로 구하여라.(단, 1년을 365일로 하고, 계산기를 사용하여 소수 첫째자리에서 반올림할 것.)

풀이 답: (1) 49.6% (2) 70%

(1) $1-\frac{9}{10}\times\frac{8}{10}\times\frac{7}{10}=0.496(49.6\%)$ 생일이 같은 사람이 있을 가능성이 반쯤 된다.

(2) $1-\frac{364}{365}\times\frac{363}{365}\times\frac{362}{365}\times\frac{361}{365}\times\cdots\times\frac{336}{365}\fallingdotseq 0.7(70\%)$

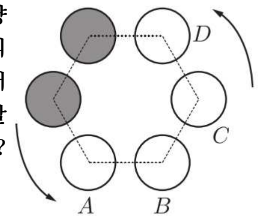
열 반 중 일곱 반 안에는 생일이 같은 사람이 있을 가능성이 있는 것이다.

유제 3
수돌, 학돌, 수순, 학순, 재돌이 5명은 2000년 9월 20에서 29일까지 10일 동안에 태어났으나 며칠 인 지는 서로 말을 안했다. 이들 5명의 생일이 서로 같은 사람이 있을 확률을 %로 구하여라.(소수 첫째자리에서 반올림할 것.)

4 탐구예제

원리탐구

6연발 권총에 2**개의 총알을 그림과 같이 연속으로** 넣는다. 그리고 총알의 위치를 알 수 없도록 총열을 돌렸다. 러시안 룰렛의 규칙에 따라 총구를 머리에 대고 방아쇠를 당겼다. 다행이 죽지 않았다. 이제 또 한 번의 방아쇠를 당겨야 한다. 다시 방아쇠를 당기는 방법으로 두 가지 방법이 있다. 총열을 또 한 번 마구 돌려서 총알을 다시 섞고 방아쇠를 당길 수도 있고, 총열을 다시 돌리지 않고 그냥 연속으로 방아쇠를 당길 수도 있다. 연속으로 두 번 방아쇠를 당기는 것과 한 번 방아쇠를 당긴 후에 다시 총열을 어지럽게 돌린 다음 방아쇠를 당기는 것 중 어떤 것이 유리할까? 어떻게 했을 때, 내가 살아남을 가능성이 높아질까? 다음 물음에 답하여라.



(1) 처음 방아쇠를 당겼을 때 죽지 않은 확률을 구하여라.

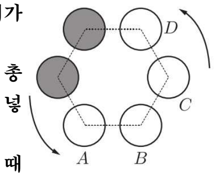
(2) 색깔이 칠해진 부분에 2개의 총알이 연속으로 들어갔다고 가정할 때, 처음 방아쇠를 당겼을 때, 내가 죽지 않는 것은 총의 해머가 A, B, C, D중 하나를 쳤기 때문이다. 연속으로 총을 쏠 때, 총알이 들어 있는 총열이 그림과 같이 반시계 방향으로 돈다고 가정할 때, A, B, C, D중 어디에 있을 때 총알이 발사 되는가?

(3) 연속으로 두 번 방아쇠를 당기는 것과 한 번 방아쇠를 당긴 후에 다시 총열을 어지럽게 돌린 다음 방아쇠를 당기는 것 중 어떤 것이 유리할까?

풀이 답: (1) $\frac{2}{3}$ (2) A (3) 연속으로 방아쇠를 당기는 것이 유리하다.

(1) 6연발 권총에 2개의 총알을 넣었기 때문에 죽지 않을 확률은 $\frac{2}{3}\left(=\frac{4}{6}\right)$이다.

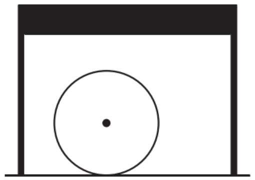
(2) 처음 방아쇠를 당겼을 때, 내가 죽지 않는 것은 총의 해머가 A, B, C, D중 하나를 쳤기 때문이다. 총열이 반시계 방향으로 돌아가므로 첫발이 발사되지 않은 후 두 번째 방아쇠를 당겼을 때, 총알이 발사되는 경우는, 처음 방아쇠를 당겼을 때, 해머가 A, B, C, D중 A를 쳤을 경우다.



(3) (ⅰ) 처음 방아쇠를 당겨서 죽지 않은 후에 다시 방아쇠를 당길 때 총열을 다시 돌리고 방아쇠를 당기면 이때도 6연발 권총에 2개의 총알을 넣었기 때문에 내가 죽을 확률은 3분의 1 (=6분의 2)이다.
(ⅱ) 첫발을 당겨 내가 죽지 않고 살아남아 연속으로 방아쇠를 당겼을 때 내가 죽을 때는 해머가 A, B, C, D중 A를 쳤을 경우이다. 즉, 확률이 4분의 1인 것이다. 이것은 다시 총열을 돌렸을 때 내가 죽을 확률인 3분의 1보다 더 낮다. 따라서 러시안룰렛을 하는 사람은 6연발 권총에 2개의 총알을 연속으로 넣었다면 두 번째 방아쇠를 당길 때에는 다시 총열을 돌리지 말고 연속으로 방아쇠를 당기는 것이 유리하다.

유제 4

그림과 같이 크로케의 게이트는 직사각형 모양을 하고 있고 그 사이를 공이 지나가는 게임이다. 다음 물음에 답하여라.



(1) 게이트의 폭은 공의 지름의 두 배이다. 게이트를 건드리지 않고 공을 통과시키는 것은 똑같은 거리에 있는 같은 크기의 공을 맞히는 것 중 어느 것이 더 쉬울까?

(2) 게이트의 폭은 공의 지름의 몇 배 일 때, 게이트를 건드리지 않고 공을 통과시키는 것은 똑같은 거리에 있는 같은 크기의 공을 맞히는 것과 같은가?

종합문제 A

1. 역사적으로 볼 때 확률론의 발달은 도박과 관련된 확률 계산과 밀접한 관련을 맺는다. 17세기 프랑스의 수학자 파스칼에게는 드 메레(de Mere)라는 도박사 친구가 있었다. 1654년 드 메레는 실력이 비슷한 두 사람이 게임을 하다가 불가피한 일로 게임을 중단하게 되었을 경우 판돈을 어떻게 나누어야 하는지에 대한 문제를 당시 최고의 수학자인 파스칼에게 의뢰하였다.
이 문제는 ‘점수 문제(problem of points)’ 혹은 ‘분배 문제(problem of division of the stakes)’라고 불린다. 파스칼은 서신 왕래를 통해 당시 유명한 수학자 페르마와 해결 방안을 의논하였다. 점수 문제에 대한 간단한 상황을 만들어보자.
수돌이와 학돌이가 동전을 던져서 앞면이 나오면 수돌이가 뒷면이 나오면 학돌이가 이긴다고 한다. 앞면과 뒷면이 나올 확률이 똑같다고 하자. 이 두 사람이 먼저 4번을 이긴 사람이 돈을 모두 차지하기로 했다. 이 두 사람 각각 800원의 돈을 걸었고, 이기면 1600원을 갖게 된다. 수돌이가 3번, 학돌이가 2번을 이긴 상태에서 게임을 중단하였을 경우, 게임을 종료할 때의 점수가 3:2이므로 돈을 3:2로 나누어야 한다고 단순하게 생각할 수도 있지만, 수돌이와 학돌이가 어떻게 나누어야 공평한 것인지에 관하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 앞으로 **최대** 몇 번 동전을 던지면 반드시 게임이 끝나는가?

(2) 수돌이와 학돌이가 이길 확률을 각각 구하여라.

(3) 수돌이와 학돌이 중단된 경우 얼마씩 차지하는 것이 공평한가?

(4) 위와 같은 조건에서 수돌이가 2번, 학돌이가 1번을 이긴 상태에서 게임을 중단하였을 경우, 수돌이와 학돌이가 차지해야 금액을 구하여라.

2. 수순이는 인생에 나타날 청혼자가 총 5명이 있고, 이미 2명의 청혼자에게 결혼을 받아들이지 않았다고 하자. 3번째부터는 결혼을 받아들이지 않는 2명의 청혼자 보다 더 나은 사람과 결혼 하려고 할 때, 자신의 이상형과 만날 확률을 구하려 한다.(단, 자신의 이상형이 5명 중에 한 명이 있고, 이미 청혼한 2명의 중에 이상형이 있었는데 모를 수도 있다.) 다음 물음에 답하여라.

(1) 3번째에 자신의 이상형이 나타날 확률을 구하여라.

(2) 4번째에 자신의 이상형이 나타날 확률을 구하여라.

(3) 수순이가 이상형과 결혼할 확률은 몇 %인가?(소수 첫째자리에서 반올림 할 것)

3. 확률은 경우에 따라 구하는 방법과 해석이 다양할 수 있기 때문에 종종 논란이 벌어지기도 한다. 세기의 사건으로 불리는 심슨(O. J. Simpson) 사건을 보면 이를 실감하게 된다. 전설적인 미식축구 선수 O. J. 심슨의 아내가 피살되었고, 심슨은 유력한 용의자였다. 일반적으로 DNA 분석 결과가 우연히 일치할 확률은 1만분의 1밖에 안 되는데, 피살 현장에서 채취한 DNA가 심슨의 것과 일치했다. 이를 근거로 검사는 심슨이 범인일 확률이 $100-\frac{1}{10000}\times 100=99.99\%$ 라고 주장했다. 하지만 심슨의 변호인은 어떠한 주장으로 무죄 판결이 나도록 변론하였는가? 다음 물음에 답하여라.

(1) 검사 주장의 근거에 의하면 LA 인근의 인구 300만 명 중 동일한 DNA를 공유하는 사람은 몇 명인가?

(2) 동일한 DNA를 공유하는 사람 중에서 심슨이 범인일 확률은 얼마인가?

4. 수돌이는 자동차 번호판을 달았다. 번호는 네 개의 수로 되어있다. 그는 숫자 4가 들어있는 수는 불행을 가져다준다는 미신을 믿는 사람이어서 번호판에 단 한 자리라도 숫자 4가 들어가면 자신에게 불행이 올 것이라고 두려워했다. 행운의 수를 달 수 있는 확률을 구하려 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 네 자릿수의 번호판은 몇 가지인가?(단, 0001부터 시작한다.)

(2) 첫 번째 자리에 들어갈 행운의 숫자는 몇 가지인가?

(3) 네 자리 행운의 수 조합은 몇 가지인가?

(4) '불행'의 숫자인 4가 한 번도 나오지 않을 행운의 수를 달 수 있는 확률을 $\%$로 구하되 소수둘째자리에서 반올림하여라.

5. 수돌이가 TV쇼에 참가하여 TV쇼의 마지막 승자가 되어 보너스로 게임기를 탈 기회를 갖게 되었다. 그러나 마지막 이 선택에서 수돌이는 행운과의 한판 승부를 벌여야 한다. 수돌이 앞에는 다섯 개의 닫힌 문이 있다. 다섯 개의 문 중 하나를 열면 수돌이가 바라던 게임기가 기다리고 있지만, 나머지 네 개의 문에는 모형게임기가 있다고 진행자가 알려준다. 다섯 개의 문들 중 하나를 선택하라는 진행자의 말에 수돌이가 문을 선택했다. 진행자는 선택되지 않은 나머지 네 개의 문 중 게임기가 없는 문을 하나 연다. 그러고 나서 수돌이에게 물었다. "지금이라도 문을 바꾸시겠습니까? 아니면 처음에 선택하신 문을 계속 고집하시겠습니까?"
자, 이제 선택의 시간이다. 수돌이는 다른 문으로 바꾸는 것이 좋을까? 아니면 맨 처음 선택한 문을 고집하는 것이 좋을까? 다음과 같은 조건일 때 확률을 구하여라.

(1) 진행자가 어느 문에 게임기가 있는지를 알지 못하고 무작위로 하나를 열었는데 그 중에 게임기가 없었다면 수돌이가 선택한 곳에 게임기가 있을 확률은 얼마인가?

(2) 진행자가 의도적으로 게임기가 없는 문 3개를 열었을 때, 다음 확률은 얼마인가?
① 다른 문으로 수돌이가 선택을 바꾼다면 그 안에 게임기가 있을 확률

② 수돌이가 맨 처음 선택한 문을 고집하는 경우 그 안에 게임기가 있을 확률

③ 이와 같은 경우에 수돌이는 다른 문으로 바꾸는 것이 좋을까? 아니면 맨 처음 선택한 문을 고집하는 것이 좋을까?

6. 수돌이네 반 인원은 24명이다. 새 회장을 선출하는데, 수돌(A), 학돌(B), 수순(C)이 가 후보로 나섰고, 투표 방법은 후보자 3명을 제외한 21명의 반 학생이 후보 한 명을 찍는 것이 아니라 선호하는 순서대로 세 후보의 등수를 매기기로 했다. 그럼으로써 반 학생들의 선호를 더 세밀하게 확인하자는 것이다. 세 후보의 등수 배열은 모두 6가지가 가능하다. 투표에 참가한 21명이 투표한 결과는 아래와 같다.

$A-B-C$: 0표	$B-A-C$: 4표	$C-A-B$: 4표
$A-C-B$: 7표	$B-C-A$: 4표	$C-B-A$: 2표

이 결과를 보고 세 후보가 모두 자신이 당선되었다고 주장한다. 다음과 같은 조건에서 누가 당선 되었는가?

(1) 1등의 수가 가장 많은 후보자가 당선된다.

(2) 상대 후보보다 낫다고 판단하는 학생이 과반 수 이상인 후보자가 당선된다.

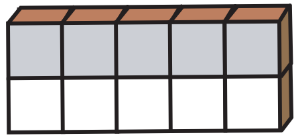
(3) 1등에 3점, 2등에 2점, 3등에 1점을 주는 방식에 따라 점수가 가장 높은 후보자가 당선된다.

(4) 위의 사실로 알 수 있는 것은?

탐구예제 *B*

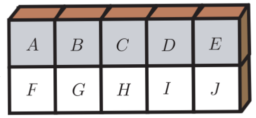
5 탐구예제 원리탐구

10개의 정육면체를 아래와 같이 쌓아 놓았을 때, 무너지지 않도록 5개를 뽑아내는 경우의 수를 구하여라.



풀이 답: 51 가지

그림과 같이 아래층에 있는 $F\sim J$ 중에서 뽑으면 반드시 바로위에 있는 것은 뽑아야 함에 주의한다. 따라서 아래와 같이 경우를 나누어 보자.



(i) 아래층에서 1개를 뽑을 때

아래층 5개 중에서 1개를 뽑는 경우의 수는 5가지이고, 뽑은 바로 위에 있는 1개를 제외하고 4개 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는 4가지이므로 $5\times4=20$ (가지)이다.

(ii) 아래층에서 2개를 뽑을 때

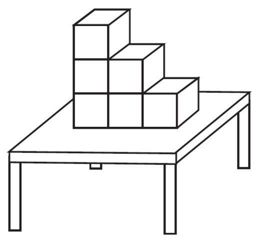
아래층 5개 중에서 2개를 뽑는 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2}=10$가지이고, 뽑은 바로위에 있는 2개를 제외하고 3개 중에서 2개를 뽑는 경우의 수는 3가지이므로 $10\times3=30$ (가지)이다.

(iii) 아래층에서 3개를 뽑을 수는 없으므로 위층에서 5개를 뽑을 때, 1가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $20+30+1=51$ (가지)이다.

유제 5

다음 그림은 탁자 위에 6개의 쌓기나무를 쌓아 놓은 모양이다. 쌓기나무가 쓰러지지 않도록 한 개씩 6개 모두를 탁자 아래로 내려놓는 방법은 모두 몇 가지인가?



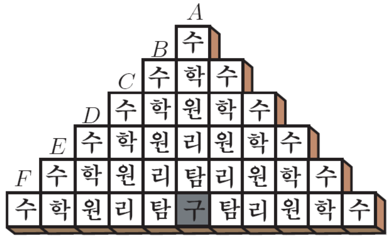
6 탐구예제

원리탐구

새로 나온 놀이판 '수학 원리탐구' 놀이판 위를 다음 |규칙|에 의해 '수학 원리탐구' 라는 순서대로 움직이는 방법은 모두 몇 가지인가? 다음과 같은 순서에 의해 구하여라.

|규칙|

- 꼭 한 번에 한 칸씩만 움직여야 한다.
- 가로, 세로 어느 쪽이든 움직일 수 있다.



(1) B에서 출발하여 '수학원리탐구' 라는 순서대로 움직이는 방법은 모두 몇 가지인가?

(2) C에서 출발하여 '수학원리탐구' 라는 순서대로 움직이는 방법은 모두 몇 가지인가?

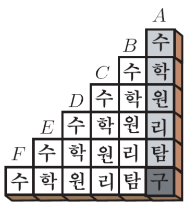
(3) 놀이판 위를 |규칙|에 의해 '수학 원리탐구' 라는 순서대로 움직이는 방법은 모두 몇 가지인가?

(4) '구탐리원학수' 라는 순서대로 칸을 움직이는 방법은 모두 몇 가지인가?

풀이 답: (1) 5가지 (2) 10가지 (3) 63가지 (4) 63가지

(1) B에서 갈 수 있는 방법을 숫자로 표시하면 (표1)과 같이 5가지이다.
(2) C에서갈 수 있는 방법을 숫자로 표시하면 (표2)과 같이 10가지이다.
(3) (ⅰ) A, F에서 갈 수 있는 방법은 각각 1가지씩 2가지
(ⅱ) B, E 에서 갈 수 있는 방법은 각각 5가지씩 $5\times2=10$가지
(ⅲ) C, D 에서 갈 수 있는 방법은 각각 10가지씩 $10\times2=20$가지
따라서 $2+10+20=32$가지이고, 중앙의 '수학원리탐구' 를 중심으로 좌우가 똑같은 대칭이므로 2배이나 중앙이 겹침으로 1가지를 빼면 $32\times2-1=63$가지이다.
(4) '구' 에서 '탐' 으로 가는 방법 2가지, 하나의 '탐' 에서 '리' 로 가는 방법 2가지, 하나의 '리' 에서 '원' 으로 가는 방법 2가지, 하나의 '원' 에는 '학' 로 가는 방법 2가지, 하나의 '학' 에는 '수' 로 가는 방법 2가지를 모두 곱하고, 마지막으로 놀이판 오른쪽의 경우를 생각해 2를 곱하여, 두 번 계산한 방법(가운데 '수학원리탐구')중 한 가지를 빼면 다음과 같다.

$$2\times2\times2\times2\times2\times2-1=63\text{ (가지)}$$



1	1
1	2
1	3
1	4
1	5

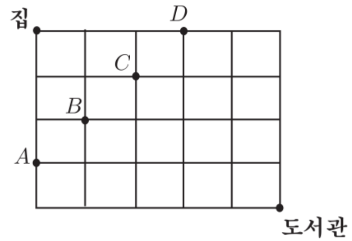
(표1)

1	1	1
1	2	3
1	3	6
1	4	10

(표2)

유제 6

다음은 수돌이가 도서관에서 집으로 가는 약도이다. 여자 친구인 수순이는 수돌이를 보기위해 A, B, C, D 지점 중 어느 한 곳에서 기다리기로 하였다. 어느 지점에서 기다리는 것이 만날 가능성이 가장 높은가?



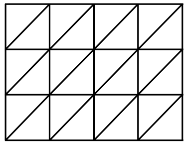
7 탐구예제 원리탐구

그림과 같은 4×3 정사각형으로 이루어진 직사각형의 도형을 삼각형으로 나눈 모양이다. 선을 따라 만들 수 있는 다음 도형을 구하여라.

(1) 직사각형의 개수

(2) 정사각형의 개수

(3) 직각삼각형의 개수



풀이 답: (1) 60 (2) 20 (3) 40

(1) 직사각형은 그림에서 세로 선분이 가로 선분만큼 (또는 가로 선분이 세로 선분만큼) 쌓여서 만들어지는 것이므로 가로의 선분과 세로의 선분이 연결되어야 한다. 그러므로 세로의 서로 다른 선분의 수와 가로의 서로 다른 선분의 수를 곱해준 것과 같다. 세로의 서로 다른 선분이 $\frac{4\times3}{2}=6$개, 가로 선분 $\frac{5\times4}{2}=10$개이므로 $6\times10=60$(개)이다.

(2) 가장 작은 1×1 정사각형 $4\times3=12$(개), 4개씩 붙은 2×2 정사각형 $3\times2=6$(개), 9개씩 붙은 3×3 정사각형 $2\times1=2$(개)이므로 $4\times3+3\times2+2\times1=12+6+2=20$이다.

(3) 직각삼각형

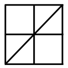
(ⅰ) [그림1]과 같이 작은 정사각형 안에 2개씩 $2\times12=24$(개)가 있다.

(ⅱ) [그림2]와 같이 2개씩 $2\times6=12$(개)가 있다.

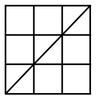
(ⅲ) [그림3]과 같이 2개씩 $2\times2=4$(개)가 있다.

따라서 모두 $24+12+4=40$개이다.

[그림1]



[그림2]



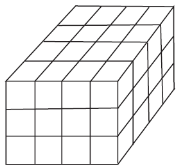
[그림3]

유제 7

길이가 같은 가로 4, 세로 4, 높이 3으로 이루어진 $4\times4\times3$ 정육면체로 이루어진 직육면체에서 다음을 구하여라.

(1) 모든 직육면체의 개수

(2) 크고 작은 정육면체 총수



8 탐구예제 원리탐구

A반 학생 50명이 수학 시험을 보았다. 문제의 수는 3개이고 1번은 10점, 2번은 20점, 3번은 30점이다. 이 때, 반 평균이 33.6점이고 시험 결과를 분석한 것이 아래 표와 같고, 2번을 맞은 학생이 29명일 때, 다음 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.

[득점한 학생 수]

득점	60	50	40	30	20	10
학생 수(명)	5	11		9	8	4

[문제별 정답 학생 수]

문제	1번	2번	3번
학생 수(명)		29	

풀이 답: (1) 9(명) (2) 23(명), 29(명)

(1) 40점 맞은 학생 수를 x명라 하면

$$\frac{(60\times5)+(50\times11)+(40\times x)+(30\times9)+(20\times8)+(10\times4)}{50}=33.6,\ 1320+(40\times x)=1680,$$

$40x=360$, $x=9$명이다.

(2) 60점을 득점한 학생은 1, 2, 3번 모두 맞은 학생이고, 50점은 2, 3번, 40점은 1, 3번, 30점의 경우 3번만 맞은 경우와 1, 2번을 맞은 경우로 나누어지며, 20점은 2번, 10점은 1번을 맞은 경우이다. 2번을 맞은 학생이 29명이므로 60점에서 5명, 50점에서 11명, 20점에서 8명과 30점에서 a명이라 하면 $5+11+8+a=29$, $a=5$이다. 즉 30점 득점한 학생 9명중에서 3번만 맞은 경우가 $9-5=4$명이고, 1, 2번을 맞은 경우가 5명이다. 따라서 1번 문제를 맞은 학생 수는 $5+9+5+4=23$(명), 3번 문제를 맞은 학생 수는 $5+11+9+4=29$(명)이다.

유제 8

다음 그림은 수돌이 반 학생들이 수학경시대회의 점수를 그래프로 나타낸 것이다. 시험 문제는 3개이며, 1번은 1점, 2번은 2점, 3번은 3점이다. 3번을 맞은 학생이 14명일 때, 1번 문제를 맞은 학생은 모두 몇 명인가?