

100 문제를 푸는 것보다 **원리**를 가르칩니다!
문제를 푸는 1가지

원리탐구 IV · V를 이해한(초2 · 3 · 4)

스토리텔링 · 영재교육원대비



Mathematics

Storytelling

Novel

Puzzle **III하**

저자 최 경 호

최상위권 학생이 되기 위한
수학적 창의 · 사고 · 상상력 향상 그리고 재미

특별 콘텐츠

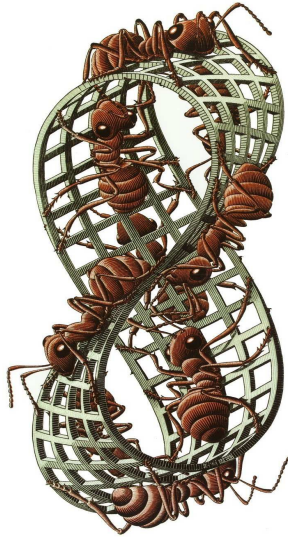
- 콘텐츠 1. 탐구예제 동영상 서비스(www.m1239.com)
- 콘텐츠 2. 수학소설 6권의 내용을 수학기초집화 하여 수록 및 동영상 서비스
- 콘텐츠 3. 생활 속의 수학과 풍부한 읽을거리 제공



외버우스의 띠 (Möbius strip)
독일의 수학자 J.P.외버우스가 처음 생각해 낸매과
구분할 수 없는 단곡곡면(單曲曲面)



SNP III(하)



피비우스의 띠(Möbius strip)

독일의 수학자 A.F.피비우스가 처음 제시한 안쪽과 바깥쪽의 구별할 수 없는 단측곡면(單側曲面)

SNP III(하) 차례

제1편 창의력 문제

제 1장	규칙 찾기와 유형·유추	3
제 2장	경우의 수	17
제 3장	평면기하	27
제 4장	공간감각 A	41
제 5장	공간감각B	53
제 6장	여러 가지 창의력 A	65
제 7장	여러 가지 창의력 B	77

제2편 수학소설(6권) 문제

제 1권	천재들이 만든 수학퍼즐 7(한 붓 그리기)	93
제 2권	천재들이 만든 수학퍼즐 1(수의 기원)	99
제 3권	오딧셈의 수학 대모험 1	105
제 4권	오딧셈의 수학 대모험 2	111
제 5권	피타고라스 구출작전	117
제 6권	출발 수학대탐험	125

창의력·소설 해설

제1편	창의력 문제 해설	131
제2편	수학소설(6권) 문제 해설	151

개정판을 내면서

스토리텔링 수학이 2012년 1월 교육과학기술부가 내놓은 수학교육 선진화 방안의 내용에 포함되어 더욱 더 CNP의 효용성이 커짐에 따라 내용의 일부를 교정하고, 수학소설을 최근의 소설로 바꾸는 등 일부의 변화와 오류를 바로 잡아 개정판을 내게 되었습니다. 앞으로 더욱 재미있고, 시대에 부응하는 내용으로 교정할 것을 약속합니다.

2012년 6월 저자 최 경호

재개정판을 내면서

스토리텔링 수학이 2012년 1월 교육과학기술부가 내놓은 수학교육 선진화 방안의 내용에 포함되고 2013년부터 시행됨에 따라 더욱 더 SNP의 효용성이 커져 내용의 일부를 스토리텔링 문제로 교체 교정하고, 수학소설을 최근의 소설로 바꾸는 등 일부의 변화와 오류를 바로 잡아 재개정판을 내게 되었습니다. 앞으로 더욱 재미있고, 시대에 부응하는 내용으로 교정할 것을 약속합니다. **중전의 책이름 CNP를 스토리텔링의 약자인 SNP로 바꾸었습니다.**

2013년 4월 저자 최 경호

수학문제·동영상 수록된 소설목록				
	제목	지은이	출판사	동영상 유무
제 1권	천재들이 만든 수학퍼즐 7 (한 붓 그리기)	홍선호	자음과 모음	있음
제 2권	천재들이 만든 수학퍼즐 1 (수의 기원)	홍선호	자음과 모음	있음
제 3권	오딧셈의 수학 대모험 1	강상균	스콜라	준비 중
제 4권	오딧셈의 수학 대모험 2	강상균	스콜라	준비 중
제 5권	피타고라스 구출작전	김성수	주니어김영사	준비 중
제 6권	출발 수학대탐험	이진희·김인영	명진출판	준비 중

	생활 속의 수학	읽을거리
제 1장	1. 약수가 실생활에 쓰이는 예 2. 12진법이 실생활에 쓰이는 예	1. 왜 일주일은 7일일까? 2. 그림을 이용하여 수의 합 구하기
제 2장	1. 삼각형이 가장 튼튼한 이유 2. 새알이 타원형인 이유	1. 14면 주사위(목제주령구)에 얽힌 우리 겨레의 지혜 2. 머피의 법칙과 확률
제 3장	1. 원이 360도인 이유 2. 도형 문제를 기하(幾何)학이라 한 이유	1. 테셀레이션(tessellation) 2. 증명의 시작
제 4장	1. 길이와 원주율의 기원 2. 입체에서 최단거리 작도	1. 정육면체의 전개도 11가지 2. 착시
제 5장	1. 안과 밖이 구별되지 않는 띠 2. 안과 밖이 구별되지 않는 띠의 이용	1. 필요해서 생긴 도형의 지식 2. 넓이의 단위 m^2 과 부피의 단위 m^3
제 6장	1. 한 주는 왜 7일일까? 2. 1미터(m)의 기원	1. 미터법의 역사 2. 팔의 개수를 어렵하여 센 이문원 대감의 지혜
제 7장	1. 물질의 반감기를 이용한 연대 측정 2. 식인종을 피해 안전하게 호수 건너기	1. 도형과 수를 연결한 데카르트 2. 가짜 찾아내기의 여러 가지 방법

머리말

1. 수학 SNP 시리즈를 펴내며

정보통신의 혁명은 교육 분야에 새로운 지식과 상황적응력, 응용력, 창의력과 개성존중 등을 가져왔습니다.

이에 발맞추어 시험방식과 입시제도는 주관식 서술형강화와 더 나아가 논술·구술문제, 심층면접 및 입학사정관제도 등으로 변함에 따라 공부 방법도 변화에 순응 및 앞서가야 합니다.

이러한 변화에 맞추어 수학 원리탐구 시리즈(I·II·III·IV·V)를 출간(2005년 7월)하기 시작한지 벌써 만 5년이 지났습니다. 원리탐구 시리즈는 교육의 내용과 더불어 수학적사고 시스템 및 습관에 중점을 두었다면, 이번 SNP I·II·III과 자사고 대비수학은 원리탐구 시리즈의 이해를 바탕으로 제1편 창의성 있는 새로운 문제, 사고력 퀴즈와 퍼즐, 생활 속 수학 문제, 읽을거리와 더불어 제2편 수학소설 문제를 통하여 창의력·잠재력이 요구되는 영재센터 및 입학사정관제에 초점을 두고 2년여 준비기간을 거쳐 출간하게 되었습니다.

SNP는 스토리텔링(Storytelling)·소설(Novel)·퍼즐(Puzzle)의 약자로 소설책의 내용과 주제를 바탕으로 문제를 각색하고 창조하여 붙인 이름입니다.

수학 원리탐구 시리즈가 수학의 기본 원리서로 계속적 보완·교정을 약속하여 실행하고 있듯이, SNP시리즈도 더 많은 연구와 노력을 통한 보완·교정으로 창의력과 잠재력 향상에 도움이 되도록 하겠습니다.

2. 수학 SNP의 중점내용

창의력과 잠재력이 요구되는 영재센터와 다가오는 입학사정관제도를 대비하여 다음과 같은 내용으로 구성되어 있습니다.

(1) 새로운 창의력 문제(원리탐구 시리즈의 이해를 바탕으로 함)

원리탐구 시리즈에서 수학적 사고시스템과 이론을 확립하여 이를 바탕으로 각각의 내용들이 시중에 나와 있는 중요한 문제도 있지만 대부분이 새로운 문제로 구성·전개되어 있으므로 처음 접하는 학생은 매우 생소하고 어려워 보일 수 있습니다. 따라서 학년별로 어려움이 있을 때는 각 단계에 맞는 원리탐구 시리즈를 공부하고 보기 바랍니다.

(2) 소설을 통한 상상력과 간접경험(제2편은 관련된 원작수학소설책 읽기를 권함)

100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

앞에서 제시한 수학책들이 제기한 문제와 주제들을 바탕으로 각색, 창조된 문제들이 많으며, 제2편은 소설속의 내용의 이해를 전제로 한 문제들이 다소 있으므로 문제를 풀기 전에 관련 수학소설책을 읽어야 효율적인 공부가 되며, 관련 원작소설을 통하여 상상력과 수학 관련 간접경험의 중요 부분을 채우기를 권합니다.

(3) 사고력 퀴즈와 퍼즐을 풀면서 재미와 어려운 문제 해결능력

각 단원의 창의력문제 이후에 사고력 퀴즈와 퍼즐을 넣어 문제풀이과정에서 나타날 수 있는 피곤함과 지루함을 없애고 재미를 느낄 수 있도록 사고력 퀴즈와 퍼즐을 두었습니다. 단순한 재미도 느낄 수 있지만 이를 통하여 지식을 넓히고, 어려운 문제를 쉽게 푸는 능력을 배양하는 데에도 목적이 있습니다.

(4) 일반 수리 창의력과 읽을거리에 의한 현실적응·잠재력 향상

각 단원 끝의 일반 수리 창의력과 읽을거리를 통하여 현실적으로 수학이 어떻게 응용·활용되는지를 알게 하도록 하였으며, 이를 통하여 자신에 내제되어있는 능력을 일깨우고 충분히 발휘할 수 있도록 하는 밑거름이 되었으면 하는 바람입니다. 제2편의 소설 속에 수록된 내용과 문제도 있지만, 앞에 참고한 소설 속에 있는 내용을 각색, 창조하여 수록했으며, 그대로 인용하는 경우 출전을 밝혀놓았으므로 관련 원작소설을 통하여 이해도를 높이기 바랍니다. 그러나 인터넷이나 오래된 내용 중에는 출전이 없거나 모르는 경우가 있어 출전을 밝히지 못함을 양해바라며, 혹 밝혀지는 경우 써넣도록 하겠습니다.

3. 수학 SNP의 구성 및 학습대상

수학 SNP시리즈는 수학 SNP I·II·III 6권(각권 상·하)과 자사고 수학 2권(정수·기하/ 해석·조합)으로 총 8권으로 구성되어 있습니다.

SNP I·II는 각 권당 4단원 7장, SNP III은 4단원 7장으로 구성되어 있습니다.

SNP III이 가장 낮은 단계이고, SNP I이 높은 단계이며, 상하권은 내용상의 분류입니다. 원리탐구시리즈의 이해를 바탕으로 하는 내용이므로 아래의 표와 같이 원리탐구의 단계별 공부가 되어있어야만 문제를 이해하는데 효율적입니다.

수학 SNP·자사고 대비수학 단계별 대상표			
교재명	단원	대상	원리탐구수료 단계
SNP I(상·하)	각권 4단원 7장	초6·중1·2	II·III
SNP II(상·하)	각권 4단원 7장	초5·6	III·IV
SNP III(상·하)	각권 7단원 7장	초3·4·5	IV·V
자사고 수학 (정수·기하)	11단원 11장	중1·2·3	I
자사고 수학 (해석·조합)	11단원 11장	중1·2·3	I

4. 맺음말

2년여 동안의 소설읽기와 문제 만들기 및 연구의 산물이 세상에 나오게 되어 기쁨과 더불어 무한한 책임을 느낍니다. 재미있고 유익한 소설책을 써주신 소설가, 교수님, 인터넷 논객, 번역자님들께 감사의 말을 드리고 앞으로 더 많고 좋은 책이 나오기를 기대합니다. 많은 독자와 질 높은 강의, 더 많은 노력을 통하여 더욱 유익하고, 재미있는 수학 SNP가 될 수 있도록 계속적으로 보완·교정해 나갈 것을 약속드립니다. 이 책을 쓰는데 많은 도움과, 동영상 제작에 힘써주신 안 용태, 문 원기 선생께 감사의 마음을 전합니다.

2010년 8월 저자 최 경호

※ 설명에 오류가 있거나 오차, 탈자를 바로잡는 경우, 홈페이지(m1239.co.kr)에 올리겠습니다. 참고하시고, 책에 관한 질문이나 의문사항을 올려주시면 사려하겠습니다.

제 1편 창의력문제



뢰비우스의 띠(Möbius strip)

독일의 수학자 A.F.뢰비우스가 처음 제시한 안쪽과 바깥쪽의 구별할 수 없는 단측곡면(單側曲面)

제 1장 규칙 찾기와 유형·유추

주어진 도형을 보고, 그들 사이의 변화된 부분을 찾아 그 다음 도형이 어떻게 될지 흐름을 찾고 추리하는 것을 도형의 유형과 유추라 한다. 다음은 많이 나오는 도형의 관계들이다.

(1) 확대 또는 축소

같은 모양의 도형이 점점커지거나 작아지는 것을 확대 또는 축소라고 한다.



(2) 반복

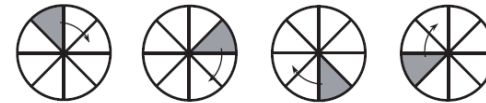
몇 개의 모양이 같은 형태로 계속되는 것을 반복이라 한다.



이와 같은 유형에서 마디를 찾으려면 직접 그려 보지 않아도 \square 째 번에 올 모양을 알 수 있다. 즉, 3개의 모양(★ ◎ ▼)가 반복되므로 나열된 모양을 3개씩 묶을 때 남은 모양이 1개이면 마지막 모양은 ★, 남은 모양이 2개이면 ◎, 남은 모양이 없으면 ▼이다.

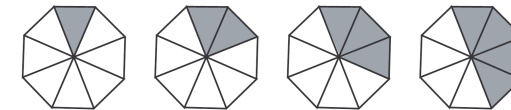
(3) 회전

같은 모양의 도형이 시계방향이나 반대방향으로 $45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, \dots$ 으로 돌아가는 것을 회전이라 한다.



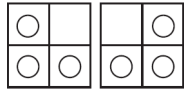
(4) 회전하며 증가

색칠해진 부분의 개수가 늘어나면서 회전하는 유형의 경우 칸마다 번호를 붙여가며 표시하면 해결이 쉬워진다.



탐구예제

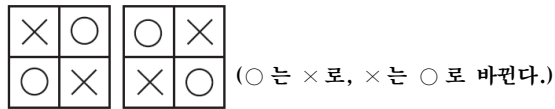
(5) 대칭
오른쪽과 왼쪽 또는 위와 아래가 중간을 중심으로 바뀌는 도형을 대칭이라 한다.



(6) 결합과 분리
서로 다른 모양의 도형이 합하여 다른 도형을 만들거나, 한 도형의 일부가 없어지는 것을 결합과 분리라고 한다.



(7) 반전
하나의 도형이 서로 반대의 모양으로 바뀌는 것을 반전이라 한다.

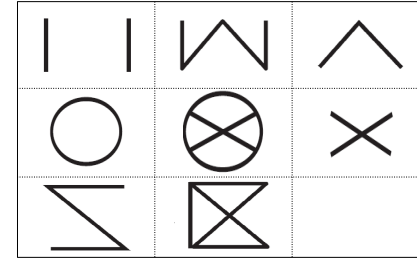


이 외에도 여러 가지 도형의 유형과 유추가 있으며, 특히 이러한 관계가 혼합되어 나오는 경우가 많다. 이와 같은 문제는 각종 지능 검사에도 자주 나오기도 한다.

1 탐구예제



다음 그림을 보고, 빈 곳에 알맞은 그림을 그려 보아라.



풀이 답: 그림참조

오른쪽 그림은 중간 그림에서 왼쪽 그림을 뺀 그림이다.



따라서 빈 곳에 들어갈 그림은 다음과 같다.



유제 1

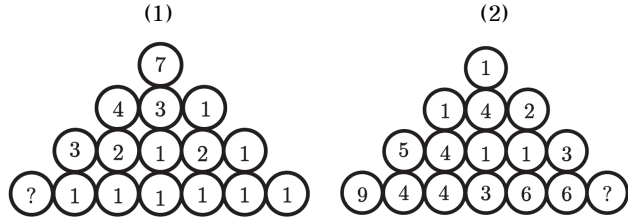
다음과 같은 A, B, C 관계와 같이 X, Y, Z 의 관계가 되도록 Z를 골라라.



2 탐구예제



그림의 숫자는 어떤 규칙에 따르고 있다. 물음표에는 어떤 숫자가 들어가야 할까?

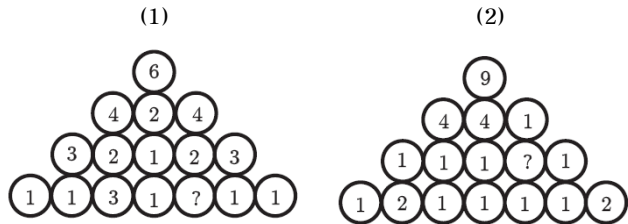


풀이 답: (1) 4 (2) 9

- (1) 가로줄의 숫자를 모두 더한 값은 아래로 내려갈수록 1씩 커진다. 즉, 위에서 밑으로 7, 8, 9 이므로 맨 아래는 합이 10이 되어야 한다. 따라서 $10 - 6 = 4$ 이다.
- (2) 세로로 방향으로 각 줄의 숫자를 모두 더하면 9가 나온다. 따라서 9이다.

유제 2

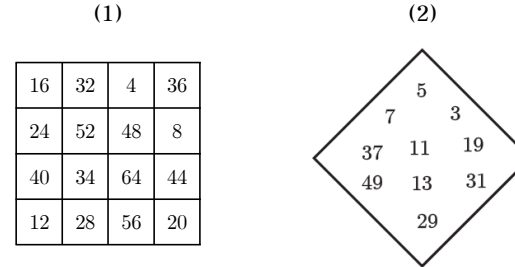
그림의 숫자는 어떤 규칙에 따르고 있다. 물음표에는 어떤 숫자가 들어가야 할까?



3 탐구예제



다음 수들 중에서 나머지 수와 다른 하나는 무엇인가?

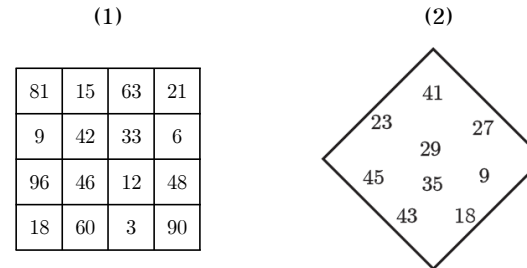


풀이 답: (1) 34 (2) 49

- (1) 34 를 제외하고 모두 4로 나누어떨어지는 수이다.
- (2) 49 을 제외하고 모두 소수(1과 자신 외에 약수가 없는 수)이다.

유제 3

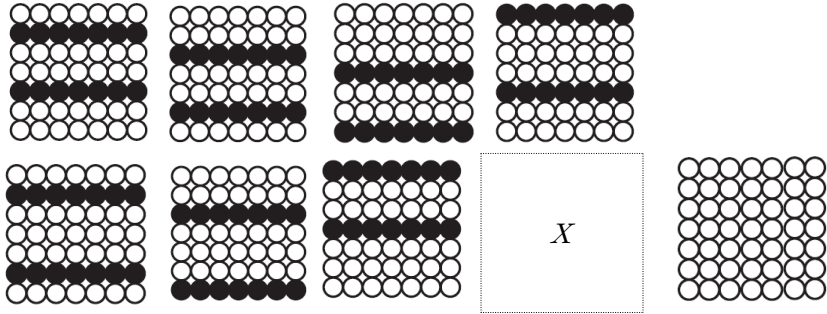
다음 수들 중에서 나머지 수와 다른 하나는 무엇인가?



4 탐구예제

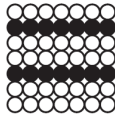


X 대신 들어갈 그림을 오른쪽에 그려 넣어라.



풀이 답: [그림 X]

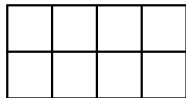
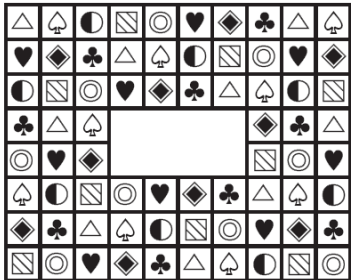
까만 원으로 이루어진 줄 두 개가 아래쪽으로 한 칸씩 이동하다 아래쪽 끝에 이르게 되면 위쪽 끝으로 이동한다. 따라서 [그림 X]와 같다.



[그림 X]

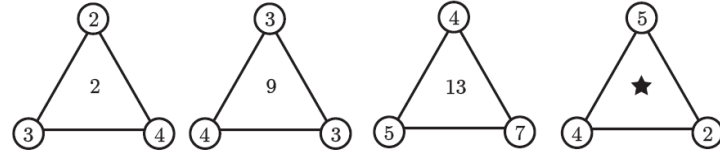
유제 4

다음은 일정한 규칙에 따라 반복되는 그림이다. 왼쪽 빈칸에 들어갈 그림을 오른쪽 칸에 그려라.



종합문제

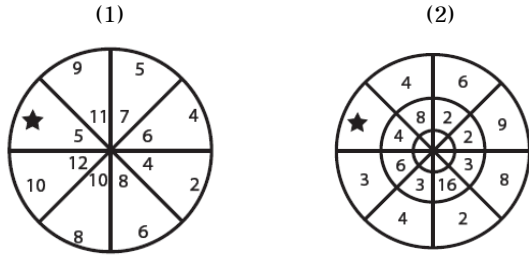
1. 다음 삼각형에서 수들의 규칙을 찾아 ★에 들어갈 수를 알아맞혀 보아라.



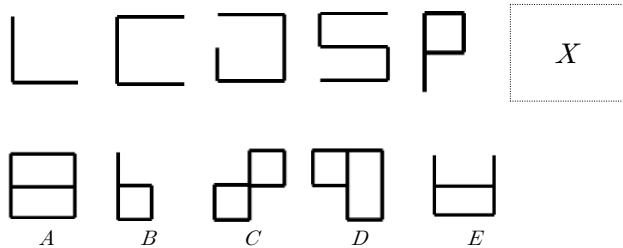
2. 다음 그림에서 각각의 모양들이 놓인 규칙을 찾아 빈칸에 알맞게 그려보아라.

◎	◎	★	♡	★	♣	◎	◎	★	♡
♣	◎	◎	★	♡	★	♣	◎	◎	★
★	♡	★	♣	◎	◎	★	♡	★	♣
♡	★	♣	◎	◎	★	♡	★	♡	◎
★	◎	★				★	♣	★	◎
◎	◎	♡				♣	◎	♣	★
◎	♣	★				◎	◎	♡	
♣	★	◎	◎	♣	★	♡	★	◎	★
★	♡	★	◎	◎	♣	★	♡	★	♣
♡	★	◎	◎	♣	★	♡	★	◎	◎

3. 원을 다음과 같이 나눈 다음, 수를 규칙적으로 배열하였다. 규칙을 찾아 ★에 들어갈 수를 알아맞혀 보아라.

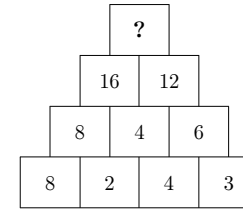


4. 다음은 어떤 규칙에 의해 나열되어 있다. A~E 중 연속된 다섯 개의 형태 다음에 올 형태는 무엇인가?



100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

5. 아래 그림은 어떤 규칙에 따라 수를 배열한 것이다. [?]에 알맞은 수를 구하여라.



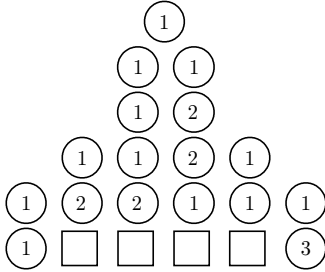
6. 계산기 A, B는 수 카드를 넣으면, 어떤 계산을 해서 계산한 결과가 적힌 수 카드가 나오는 계산기이다. 다음 표는 A, B 계산기에 각각 1에서 5까지 수 카드를 넣었을 때 나온 카드의 수이다. 7이 쓰인 수 카드를 A 계산기에 넣었을 때 나온 수 카드를 다시 B 계산기에 넣으면 어떤 카드가 나올까?

A	넣은 수	1	2	3	4	5
	나온 수	4	7	10	13	16

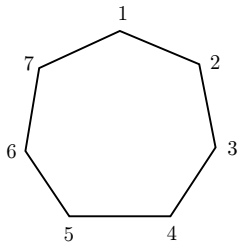
B	넣은 수	1	2	3	4	5
	나온 수	2	5	8	11	14

[사고력 퀴즈와 퍼즐]

1. 규칙을 찾아 다음 □ 안에 알맞은 수를 써 넣어라.(출전: 베르나르 베르베르의 소설 재미)



2. 아래의 그림과 같은 7각형 모양의 도형이 있다. 각 꼭지점에 1~7까지 번호를 매긴 후, 출발할 때의 위치에 적힌 숫자가 홀수일 때는 반시계방향으로 두 칸, 짝수일 때는 시계방향으로 한 칸 움직인다고 한다. 1번 자리에서 시작하여 100회 이동하였을 때 몇 번 자리에 있게 될까?



[생활 속의 수학]

1. 약수가 실생활에 쓰이는 예

12는 1, 2, 3, 4, 6, 12로 나누어떨어진다. 이와 같이 어떤 수를 나누어떨어지게 하는 수를 그 수의 약수라고 한다. 약수가 실생활에 쓰이는 예를 두 가지이상 들어 보아라.

- ①
- ②
- ③

2. 12진법이 실생활에 쓰이는 예

12진법은 약수가 많아 물건을 셀 때 편리하게 사용된다. 12진법이 실생활에 쓰이는 예를 두 가지이상 들어 보아라.

- ①
- ②
- ③

[읽을거리]

1. 왜 일주일은 7일일까?

아주 오래 전 낱씨 세기를 하던 사람들에게 ‘주일’이라는 개념이 없었다. 문명이 발전하면서, 사람들은 하루보다는 길고 한 달보다는 짧은 기간 개념이 필요했고, 새로운 시간의 정의가 있어야 했다. 뭔가 계획을 짜서 활동하기 위해서 맺고 끊을 수 있는 그런 짧은 기간 말이다.

그래서 만들어진 낱씨의 단위가 주일이라는 개념이었다. 처음의 ‘주일’은 장날의 간격에서 비롯됐을 것으로 학자들은 추정한다. 가령 일부 서아프리카 종족들은 4일, 이집트인들은 10일, 로마인들은 9일마다 장을 열었다. 그들은 그 기간을 일주일 삼아 생활했을 것으로 추측된다. 그러다가 일주일이 7일이 된 이유에 대해서는 여러 설이 있다. 지금의 일주일은 그 중 하나가 아니라 몇 가지가 복합적으로 작용해서 이루어진 결과일 수도 있다. 보름 상현 하현 그믐 등 달의 모양이 변하는 간격이 대략 7일이라는 것, 고대 바빌로니아인들이 7을 신성한 숫자로 생각했다는 것, 오래 전 인류가 하늘에 7개의 천체가 존재한다고 믿었다는 것, 유대교의 안식일 의식에서 영향 받았다는 것 등이 그것이다.

요일 이름이 구체적으로 붙은 것은 기독교를 공인한 로마 황제 콘스탄티누스가 A.D 321년 매주의 첫째 날을 휴일로 정하는 법령을 내리면서부터이다. 일곱 요일의 명칭은 고대인들이 관찰할 수 있었던 태양과 달을 포함한 일곱 행성에서 비롯되었다.

월요일은 달(Moon)을 나타내는 Monday, 화요일은 화성(Mars)을 나타내는 Tuesday, 수요일은 수성(Mercury)을 나타내는 Wednesday이다.

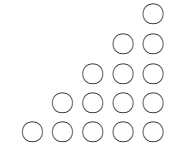
또, 목요일은 목성(Jupiter)를 나타내는 Thursday, 금요일은 금성(Venus)을 나타내는 Friday, 토요일은 토성(Saturn)을 나타내는 Saturday이고 마지막으로 일요일은 태양(Sun)을 나타내는 Sunday이다.

100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

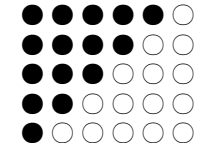
2. 그림을 이용하여 수의 합 구하기

$1+2+3+4+\dots$ 과 같은 계산을 해본 일이 있는가? 아니 이렇게 쉬운 계산을.. 이라고 생각한다면 이번에는 $1+3+5+\dots+99$ 와 같은 홀수의 합 계산을 할 수 있을까? 물론 간단한 방법으로 이런 계산을 수의 계산만 하려고 하면 몹시 번거로운 일이 된다. 문제를 풀 때 그림을 그리면 훨씬 쉬워지는 것처럼 이런 계산을 위하여 그림을 그려보자. 어떤 그림을 그리면 될까?

고대 그리스 사람들처럼 수를 점이라 생각해 보자. 먼저 $1+2+3+4+5$ 를 점으로 나타내면 오른쪽과 같다. 그림을 한참 보고 있으면 점들이 이 계단처럼 규칙적인 모양이라는 것을 느낄 수 있다. 그러면 이런 점들의 형태를 뒤집어서 한 번 더 붙이면 그 합은 어떻게 될까?

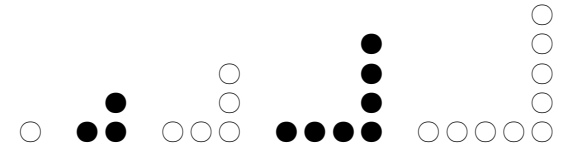


아래 그림에서 $2(1+2+3+4+5) = 5 \times 6$, $1+2+3+4+5 = 5(5+1)/2$ 임을 알 수 있다.

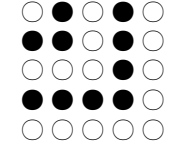


이제 $1+2+3+\dots+100$ 의 값을 그림으로 생각해 보면 가로 길이가 100, 세로 길이가 $100+1$ 인 직사각형에 있는 점의 개수의 절반이므로 그 합은 $100(100+1)/2$ 가 될 것이다.

그러면 $1+3+5+\dots+99$ 와 같은 홀수의 합의 값은 어떤 그림을 그리면 구할 수 있을까?



위의 그림을 한 곳으로 모아 놓으면 아래 그림처럼 되는 데 5개의 홀수의 합이 25개이므로 50개의 홀수의 합인 $1+3+5+\dots+99 = 50 \times 50$ 이다. 따라서 자연수 n 에 대하여 n 개의 홀수의 합인 $1+3+5+\dots+(2n-1)$ 의 값은 $n \times n$ 이 된다.



]