100 문제를 푸는 것보다
1가지 원리를 가르칩니다!

경시대회 · 영재교육원 대비
원리탐구 초등 수학

도전 Ⅲ(하) (초4·5·6)

The discovery of dharma Series Challenge Ⅲ 최 경호 지음

최상위권 학생이 되기 위한
고난이도 문제 · 퍼즐 · 생활속의 수학 · 읽을거리

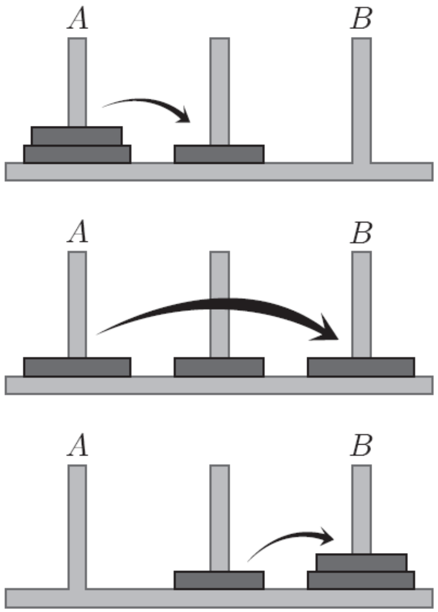
홈페이지(www.m1239.co.kr) 동영상 강의 및 풀이

MATHEMATICS

원리탐구

초등수학 도전Ⅲ(하)(초4・5・6) 차례

제 5강 경우의 수



도전예제 A

1 도전예제

원리탐구

자연수 7707 과 5677 은 자리 숫자에 7 이 연속해서 2 개 있다. 그러나 7057 과 4777 은 7 이 1 개씩 떨어져 있거나 연속해서 3 개 있다. 10 에서 9999 까지 자연수 중에서 7 이 연속해서 2 개 있는 수는 모두 몇 개인가?

풀이 **답:** 261

10에서 9999까지 자연수를 $ABCD$로 표현하고, 47은 $AB47$로 549는 $A549$로 생각하자.

(ⅰ) $AB77$의 모양 … A에는 10개, B에는 7을 제외한 9개가 들어가므로 $10\times9=90$개다.

(ⅱ) $A77D$의 모양 … A, D 모두 7을 제외한 9개가 들어가므로 $9\times9=81$개다.

(ⅲ) $77CD$의 모양 … C에는 7을 제외한 9개, D에는 10개가 들어가므로 $9\times10=90$개다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 수는 $90+81+90=261$개다.

유제 1

10 에서 900 까지 자연수 중에서 121 과 같이 맨 앞과 맨 뒤 숫자의 순서를 바꾸어도 같은 수가 되는 것은 모두 몇 개인가?

2 도전예제

원리탐구

추의 무게가 $1g$ 짜리가 2 개, $5g$ 짜리가 5 개, $25g$ 짜리가 1 개로 모두 8 개가 있다. 이 추를 1 개 이상 사용하여 달 수 있는 무게는 몇 가지인가?

풀이 **답:** 32 (가지)

$1g \Rightarrow 2$ (개)이고, $5g$ 짜리가 5 개는 $25g$ 짜리가 되므로 $25g$ 짜리 1 개는 $5g$ 짜리 5 개로 하면, $5g$ 짜리 $5+5=10$ 개와 같으므로 다음과 같이 할 수 있다.

(ⅰ) $1g$ 짜리 2 (개)를 0 개, 1 개, 2 개를 쓰는 3 가지 경우가 있다.

(ⅱ) $5g$ 짜리를 0 개, 1 개에서 10개까지 11 가지 경우가 있다.

이 두 가지가 연결되고 모두 쓰지 않는 경우를 제외하므로 $3\times11-1=32$ 가지이다.

유제 2

한 쪽에는 추만 놓고 다른 쪽에는 물건을 놓아 무게를 재는 양팔저울과 $1g$ 의 추 1 개, $3g$ 의 추 2 개, $9g$ 의 추 1 개, $27g$ 의 짜리 추 2 개 등 모두 6 개의 추가 있다. 이것으로 잴 수 있는 무게는 모두 몇 가지인가?

3 도전예제 원리탐구

5장의 숫자 카드 $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$를 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 세 자리의 수 중에서 200보다 크고 300보다 작은 3의 배수는 모두 몇 개인가?

풀이 **답:** 8(개)

200보다 크고 300보다 작은 3의 배수를 만들려면, 백의 자리에는 2밖에 올 수 없고, 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수가 되어야 한다.
그러므로 200보다 크고 300보다 작은 3의 배수는 $201, 210, 213, 231, 204, 240, 234, 243$으로 8(개)다.

유제 3

$4, 5, 6, 7, 8$을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 네 자리 수 중에서 짝수는 모두 몇 개인가?

4 도전예제 원리탐구

서로 다른 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 곱할 때, 그 곱이 짝수가 되는 두 주사위의 눈의 수는 모두 몇 가지인가?(KMC초6 14회)

풀이 **답:** 27

두 개의 주사위를 던지므로 모두 $6 \times 6 = 36$(가지)인데, 이 모든 것 중에서 짝수와 홀수 중 어느 것이 많은 지를 파악하여 쉬운 쪽을 택하여 계산하면 편리하다. 짝수가 되는 경우는 짝수와 짝수, 홀수와 짝수, 짝수와 홀수의 곱일 때이고, 곱이 홀수가 되는 경우는 홀수와 홀수를 곱할 때이므로 전체 36(가지) 중에서 홀수의 가지 수를 제외하는 것이 편리하다. 홀수와 홀수를 곱할 때는 홀수가 $1, 3, 5$의 3가지이므로 $3 \times 3 = 9$가지이다.
즉, 곱이 홀수가 되는 경우는 다음과 같다.

$$1 \times 1, 1 \times 3, 1 \times 5, 3 \times 1, 3 \times 3, 3 \times 5, 5 \times 1, 5 \times 3, 5 \times 5$$

따라서 짝수가 되는 경우는 $36 - 9 = 27$(가지)이다.

유제 4

1에서 9까지 수가 쓰인 숫자 카드가 한 장씩 있다. 이 중에서 숫자 카드에 쓰인 수의 합이 36이 되도록 7장을 고르는 방법은 모두 몇 가지인가?

종합문제 A

1. 10 원, 50 원, 100 원짜리 동전을 이용하여 250 원을 만드는 방법은 모두 몇 가지인가?

2. 다음 숫자 카드를 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리 수 중에서 40000보다 큰 수는 모두 몇 개 인가?

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$

3. 10 원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 2 개, 100 원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 가격은 모두 몇 가지인가?

4. 40을 세 수의 곱으로 나타내는 방법은 모두 몇 가지인가? (단, 곱하는 세 수가 같으면 곱하는 순서가 달라도 같은 방법으로 본다)

5. 다음과 같은 숫자 카드가 여러 장씩 있다. 이 숫자카드로 만들 수 있는 네 자리 수 중에서 홀수의 개수를 구하여라.(같은 숫자의 카드를 여러 번 쓸 수 있다.)

$\boxed{0}$ $\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$

6. 6장의 숫자 카드 $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$를 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 세 자리의 수 중에서 400 보다 크고 500 보다 작은 5의 배수는 모두 몇 개인가?

7. $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$의 다섯 장의 숫자카드 중에서 3장을 뽑아 세 자리 수를 만들 때, 6의 배수는 몇 가지 만들 수 있는가?

8. 수돌이는 앞서가는 차량의 번호판의 숫자를 암산하여 계산하는 놀이를 즐겨한다. 예를 들어 스쳐 지나가는 차량이 59거 3418이라면 $5+9+3+4+1+8=30$을 생각해 낼 수 있다. 그런데 수돌이가 방금 전 본 차량의 번호가 63 프 2□□□ 이였는데, 계산결과 24가 나왔다는 것, 모든 숫자들이 서로 달랐다는 것, 모르는 세 숫자 중 가운데 숫자가 양옆에 있는 숫자보다 컸다는 것을 기억하고 있다. 그렇다면 나올 수 있는 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라.

9. 22, 292, 2992 와 같이 바로 읽거나 거꾸로 읽어도 같은 수를 대칭수라고 한다. **세 자리 수** 중 대칭수를 작은 수부터 차례로 늘어놓을 때, 29 째 번 대칭 수는 무엇인가?

10. 컴퓨터를 써서 1 부터 1000 까지 자연수를 다음과 같이 한 칸씩 띄어서 차례대로 입력하였다. 처음부터 끝까지 입력하려면 몇 칸이 필요하겠는가?(단, 줄을 바꾸지 않고 한 줄로 입력한다.)

1 □ 2 □ 3 □ 4 □ ⋯ □ 99 □ 100 □ 101 □ ⋯ □1000

11. 5 장의 숫자카드 $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ 가 있다. 이 중에서 3 장을 꺼내서 세 자리 수를 만들 때, 짝수는 모두 몇 개인가?

도전문제 A

1. 3부터 10까지 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아서 곱할 때, 일의 자리 숫자가 0이 되는 경우는 모두 몇 가지인가?(단, 곱하는 순서만 다른 것은 하나로 본다.)

2. $22, 292, 2992$와 같은 수를 거울 수라고 한다. 세 자리의 거울 수 중에서 각 자리 숫자의 합이 3의 배수인 거울 수는 모두 몇 개인가?

3. 1원, 5원, 10원, 50원짜리 동전으로 1원부터 100원까지 모든 자연수 단위의 액수를 만들기 위해서는 최소한 몇 개의 동전이 필요한가?

4. 여섯 자리 수 $9ABABA$가 6의 배수일 때, 이를 만족하는 여섯 자리 수는 몇 가지가 가능한가?

도전예제 B

5 도전예제

원리탐구

100명이 바둑대회에 참가했다. 예선에서는 5명씩 20개 조로 나누어 리그 방식으로 시합을 하여 조 1위를 20명 뽑는다. 그리고 본선에서는 이 20명이 토너먼트 방식으로 시합을 하여 우승자를 뽑는다. 물음에 답하여라.

(1) 예선에서 한 조에서 해야 하는 시합의 수는 몇 번인가?

(2) 예선을 통과한 20명을 뽑기 위해 시합은 모두 몇 번 해야 하는가?

(3) 본선에서 우승자가 1명을 뽑기 위해 시합은 모두 몇 번 해야 하는가?

(4) 100명이 참가한 바둑 대회에서 우승자를 뽑기까지 예선과 본선을 합하여 모두 몇 번의 시합을 해야 하는가?

풀이 답: (1) 10번 (2) 200번 (3) 19번 (4) 219번

(1) 100명의 선수들이 5명씩 20개 조로 나누어 리그 방식으로 예선전을 하므로 한 조에서 해야 하는 시합 수는 $5\times4\div2=10$ (번)이다.
(2) 20개 조가 있으므로 예선전에서 모든 시합 수는 $20\times10=200$ (번)이다.
(3) 20명이 토너먼트 방식으로 본선을 하므로 19명이 탈락해야 우승팀이 남는다. 따라서 한번 시합을 하면 한명이 탈락하므로 본선에서는 $20-1=19$번의 시합을 하여야 한다.
(4) 예선이 200번이고 본선이 19번이므로 모두 $200+19=219$ (번)의 시합을 해야 한다.

유제 5

어떤 축구대회는 다음과 같이 진행된다. 전체 경기 수는 얼마인가?
(ⅰ) 32팀이 4팀씩 8개조로 나뉘어 조별 리그로 상위 2팀을 선발한다. (리그: 모든 팀이 서로 다른 팀과 경기를 하는 방식)
(ⅱ) (ⅰ)에서 선발된 16팀이 토너먼트로 우승팀을 결정한다. (토너먼트: 두 팀씩 경기를 하여 승자가 계속 올라가는 경기방식)

6 도전예제

원리탐구

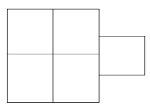
수돌이는 흰색과 줄무늬 2가지 셔츠, 파란색, 노랑색, 회색, 갈색 4가지 바지와 빨간색, 초록색 2가지 점퍼를 가지고 있다. 수돌이가 세 종류의 옷을 각각 다르게 입을 수 있는 방법은 모두 몇 가지인가?

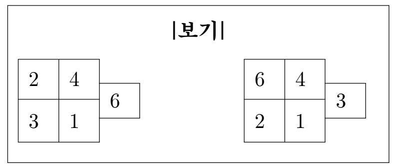
풀이 답: 16 (가지)

셔츠 2가지와 바지 4가지, 점퍼 2가지가 서로 연결되므로 $2\times4\times2=16$가지이다.

유제 6

다음 |보기|와 같이 왼쪽 그림에 6개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 5개를 선택하여 써넣을 때, 서로 다른 방법은 모두 몇 가지인가?(성대 초6 15회)

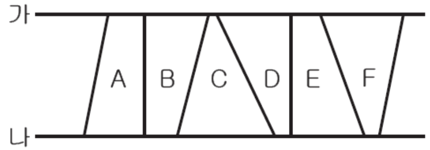




7 도전예제

원리탐구

직선 가와 나가 서로 평행일 때, 선을 따라 그릴 수 있는 서로 다른 사다리꼴은 모두 몇 개인가?



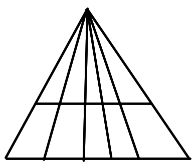
풀이 답: 21개

(해1) 그림에서 사다리꼴이 어떻게 만들어지는 가를 연구하여 본다.
그림 위에 있는 선분이 만나는 7개의 점 중에서 2개의 점이 선택되면 아래의 점이 결정되어 사다리꼴이 만들어 지므로 7개의 점 중에서 2개의 점을 선택하는 방법과 같다. 2개의 점이 순서가 바뀌어도 같으므로 중복된 만큼 나누어 준다. 따라서 사다리꼴은 모두 $\frac{7\times6}{2}=21$ (개)이다.

(해2) 1개로 이루어진 것부터 더 많은 것으로 이루어진 것의 순서로 차례로 센다.
(ⅰ) 작은 사다리꼴 1개로 이루어진 사다리꼴: 6개(A, B, C, D, E, F)
(ⅱ) 작은 사다리꼴 2개로 이루어진 사다리꼴: 5개($A+B, B+C, C+D, D+E, E+F$)
(ⅲ) 작은 사다리꼴 3개로 이루어진 사다리꼴:4개($A+B+C, B+C+D, C+D+E, D+E+F$)
(ⅳ) 작은 사다리꼴 4개로 이루어진 사다리꼴: 3개($A+B+C+D, B+C+D+E, C+D+E+F$)
(ⅴ) 작은 사다리꼴 5개로 이루어진 사다리꼴: 2개($A+B+C+D+E, B+C+D+E+F$)
(ⅵ) 작은 사다리꼴 6개로 이루어진 사다리꼴: 1개($A+B+C+D+E+F$)
따라서 사다리꼴은 모두 $6+5+4+3+2+1=21$ (개)이다.

유제 7

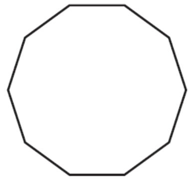
다음 그림에서 찾을 수 있는 삼각형은 모두 몇 개인가?



8 도전예제

원리탐구

그림과 같은 10각형에는 다음을 구하여라.



(1) 한 꼭지점에서 그을 수 있는 대각선의 수

(2) 대각선의 총수

풀이 답: (1) 7(개) (2) 35(개)

(1) 한 꼭지점에서 자기 자신과 양쪽에 있는 이웃각을 뺀 수가 대각선의 수이므로 $10-3=7$(개)이다.
(2) (해1) 꼭지점 10개에서 자기 자신과 양쪽의 이웃각에 대각선을 그을 수 없으므로 한 꼭지점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(10-3)$(개)이고, 모두 10개의 꼭지점이므로 $(10-3)\times10$이나 꼭지점이 2중으로 세어졌으므로 $\frac{(10-3)\times10}{2}=35$ (개)이다.
(해2) 두 꼭지점을 이으면 선분이 만들어 지므로 모든 선분을 구한 다음 대각선이 아닌 것을 제외한다. 모든 선분은 $\frac{10\times9}{2}=45$ (개)이고, 이 중에서 10각형의 선분 10개를 빼면 대각선의 총수가 된다. 즉, $\frac{10\times9}{2}-10=35$ (개)이다.

유제 8

사각형, 오각형, 육각형 안에는 각각 2개, 5개, 9개의 대각선을 그을 수 있다. 십이각형에서 다음을 구하여라.
(1) 십이각형의 한 꼭지점에서 그을 수 있는 대각선의 개수

(2) 십이각형 안에 그을 수 있는 대각선의 총수

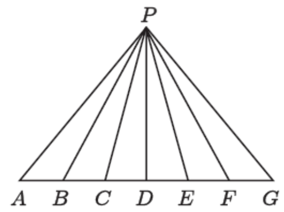
종합문제 B

1. 탐구 탁구 대회에 각 시의 대표 9 명이 출전하였다. 9 명의 선수 중 4 명은 A 조, 5 명은 B 조이다. 각 조의 선수들은 서로 1 번씩 경기를 치루는 리그전으로 우승자를 뽑아 A, B 조의 우승자의 결승전을 1 번 경기하여 최종 우승자를 결정한다. 총 몇 경기를 해야 할지 서술해 보아라.

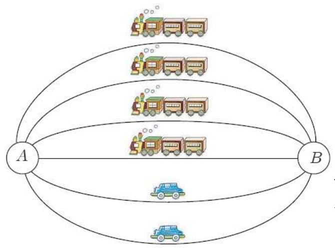
2. 7명의 학생이 있다. 모두 다른 사람과 한 번씩 악수를 한다면 모두 몇 번 해야 하는가?

3. A, B, C, D, E 5명의 학생 중에서 반장 1명, 부 반장 1명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

4. 다음 그림에서 삼각형의 수를 구하여라.



5. A와 B 도시 사이를 기차로 오고 가는 길이 4가지 있고, 자동차로 오고 가는 길이 2가지 있다. 다음 물음에 답하여라.



(1) A 도시에서 B 도시로 가는 방법은 모두 몇 가지인가?

(2) A도시에서 B도시로 자동차를 타고 간 다음, 기차를 타고 다시 A도시로 돌아오려고 한다. 모두 몇 가지 방법이 있는가?

6. 창문이 4개인 승용차가 있다. 창문을 여는 방법이 몇 가지인가?

7. 수돌이네 반에서는 반 아이들 모두가 서로 종이학을 하나씩 주기로 했다. 수돌이는 종이학 24 개를 가지고 학교로 왔다. 이 날 반 아이들이 학교에 가져온 종이학은 모두 몇 개 인지 구하여라. (단, 수돌이를 포함해서 반 아이들은 모두 필요한 개수만큼 종이학을 가져왔고, 받은 종이학은 다른 사람에게 주지 않기로 약속했다.)

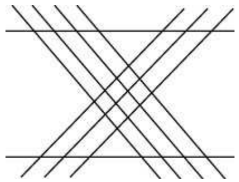
8. 파란 주사위와 빨간 주사위를 동시에 던져서 윗면에 나오는 눈의 수를 조사할 때, 파란 주사위의 눈의 수가 빨간 주사위의 눈의 수보다 많은 경우는 모두 몇 가지인가?

9. 자연수 $51,312$ 는 각 자리 숫자가 0 이 아닌 모두 다른 수이고, 자리 숫자의 합이 6 이다. 이와 같이 각 자리 숫자가 0 이 아닌 모두 다른 수이며, 자리 숫자의 합이 9 인 두 자리 이상의 자연수는 모두 몇 개인가?

10. 다음 빈 칸에 숫자를 넣어 4560 보다 크고 8530 보다 작은 네 자리 수를 만들려고 한다. 만들 수 있는 수는 모두 몇 개인가?

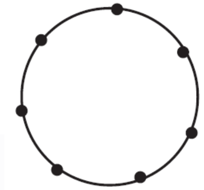
	5		3

11. 다음 그림에서 선을 따라 그릴 수 있는 삼각형은 모두 몇 개인가?



도전문제 B

1. **그림과 같이 원 위에 일정한 간격으로 7개의 점이 찍혀있다. 점을 이어 만들 수 있는 다음 삼각형은 몇 개인가?**



(1) 삼각형

(2) 이등변 삼각형

2. **1부터 5까지 수 중에서 다른 네 수를 뽑아서 두 개의 진분수 $\frac{B}{A}$와 $\frac{D}{C}$를 만드는 방법은 모두 몇 가지인가?**

3. **다음 |보기|는 $A+B+C=5$인 세 자연수 A, B, C을 찾아 두 자리 수 AB과 한 자리 수 C의 합을 구한 것이다.**

|보기|		
$(1, 1, 3) \rightarrow 11+3=14$	$(1, 3, 1) \rightarrow 13+1=14$	$(3, 1, 1) \rightarrow 31+1=32$
$(1, 2, 2) \rightarrow 12+2=14$	$(2, 1, 2) \rightarrow 21+2=23$	$(2, 2, 1) \rightarrow 22+1=23$

이 때, 서로 다른 합은 $14, 23, 32$의 세 가지이다. $A+B+C=7$인 세 수 A, B, C을 찾아 두 자리 수 AB과 한 자리 수 C의 합을 구할 때, 서로 다른 수는 모두 몇 가지인가?

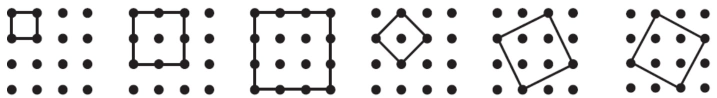
도전예제 C

9 도전예제 원리탐구

그림과 같이 일정한 간격으로 점이 찍혀 있다. 점을 이어 그릴 수 있는 서로 다른 정사각형을 아래 점에 모두 그리고, 몇 개씩 인지 구하여라.

풀이 답: 20 (개)

(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)



(i) $3\times3=9$ (개) (ii) $2\times2=4$ (개) (iii) $1\times1=1$ (개) (iv) $2\times2=4$ (개)
(v) $1\times1=1$ (개) (vi) $1\times1=1$ (개)
다음과 같은 규칙을 찾을 수 있다.

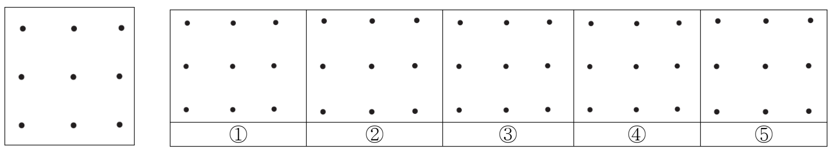
$3\times3+2\times2+1\times1$
$2\times2+1\times1$
1×1

그러므로 $3\times3+2\times2+1\times1=9+4+1=14$, $2\times2+1\times1=4+1=5$, $1\times1=1$ 에서 $14+5+1=20$ (개)이다.

유제 9

그림과 같이 일정한 간격으로 9개의 점이 찍혀있다. 점을 이어 만들 수 있는 **이등변**삼각형의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 점을 이어 그릴 수 있는 서로 다른 이등변삼각형을 모두 그려라.

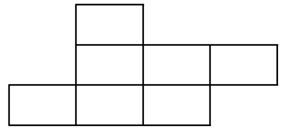


(2) (1)에서 찾은 이등변삼각형은 각각 몇 개씩 그릴 수 있는가?

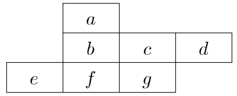
(3) 이등변삼각형은 모두 몇 개인가?

10 도전예제 원리탐구

다음 그림에서 직사각형은 모두 몇 개인가?



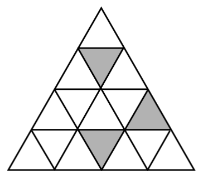
풀이 답: 18개



(i) 작은 직사각형 1개로 이루어진 직사각형: 7개 (a, b, c, d, e, f, g)
(ii) 작은 직사각형 2개로 이루어진 직사각형: 7개 $(b+c, c+d, e+f, f+g, a+b, b+f, c+g)$
(iii) 작은 직사각형 3개로 이루어진 직사각형: 3개 $(b+c+d, e+f+g, a+b+f)$
(iv) 작은 직사각형 4개로 이루어진 직사각형: 1개 $(b+c+f+g)$
따라서 직사각형은 모두 $7+7+3+1=18$ (개)이다.

유제 10

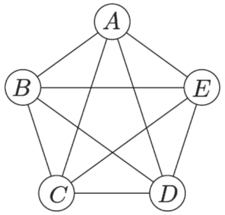
다음 그림에서 색칠된 삼각형이 1개만 포함되도록 선을 따라 그릴 수 있는 삼각형은 모두 몇 개인가?



11 도전예제

원리탐구

다음 그림에서 점 A에서 시작하여 다시 점 A로 돌아오려 한다. 모든 점을 한 번씩만 거쳐 다시 돌아오는 서로 다른 방법은 모두 몇 가지인가?

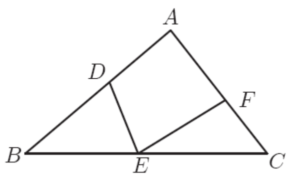


풀이 답: 24

점 A에서 시작하여 네 점 B, C, D, E을 지나 다시 점 A로 돌아오는 방법은 네 점에 B, C, D, E를 배열하는 방법과 같다. B, C, D, E를 배열하는 방법은 $4\times3\times2\times1=24$(가지)이다.

유제 11

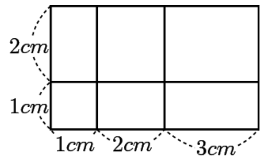
그림과 같이 여섯 지점 A, B, C, D, E, F 사이에 도로가 있다. A지점에서 출발하여 도로를 따라 움직여서 세 지점 A, B, C 중의 어느 한 지점에 도착하면 멈추려고 한다. 한 번 지나간 지점은 다시 지나갈 수 있으나 한 번 지나간 도로는 다시 지나가지 않는다고 할 때, 가능한 모든 경우의 수는 얼마인가?



12 도전예제

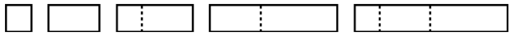
원리탐구

다음 그림에서 선을 따라 그릴 수 있는 모양이 다른 사각형은 모두 몇 가지인가?



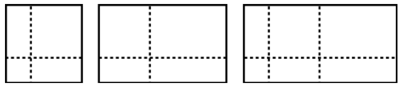
풀이 답: 12

(i) 한 변이 $1\,cm$ 인 것: $1\times1, 1\times2, 1\times3, 1\times5, 1\times6 \Rightarrow 5$ 가지



(ii) 한 변이 $2\,cm$ 인 것: $2\times2, 2\times3, 2\times5, 2\times6 \Rightarrow 4$ 가지

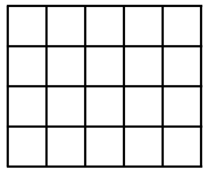
(iii) 한 변이 $3\,cm$ 인 것: $3\times3,\ 3\times5,\ 3\times6 \Rightarrow 3$ 가지



따라서 모두 12 가지이다.

유제 12

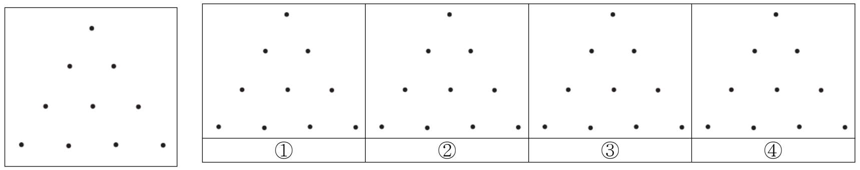
다음 그림에서 선을 따라 그릴 수 있는 서로 다른 모양의 직사각형은 몇 가지인가? (단, 돌리거나 뒤집어서 같아지는 것을 한 가지로 본다.)



종합문제 C

1. 그림과 같이 일정한 간격으로 10개의 점이 찍혀있다. 점을 이어 만들 수 있는 **정**삼각형의 개수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

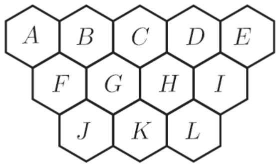
(1) 점을 이어 그릴 수 있는 서로 다른 크기의 정삼각형을 모두 그려라.



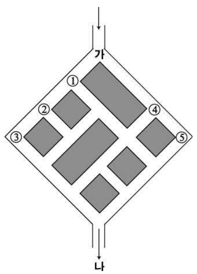
(2) (1)에서 찾은 정삼각형은 각각 몇 개씩 그릴 수 있는가?

(3) 정삼각형은 모두 몇 개인가?

2. 벌집에서 벌들이 칸을 따라 이동을 한다. A칸에서 출발하여 G을 거치지 않고 E칸으로 이동하는 방법은 몇 가지인가?(단, 오른쪽 또는 오른쪽 아래, 오른쪽 위로만 이동할 수 있다.)

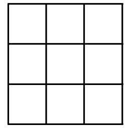


3. 다음 그림과 같은 미로에서 가에서 출발하여 나로 나가는 가장 짧은 길은 모두 몇 가지인지 구하여라.

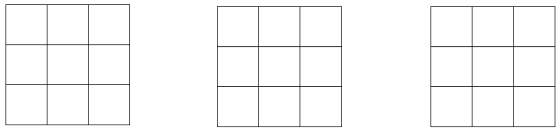


4. 그림과 같이 정사각형 9개가 모여 생긴 16개의 꼭지점으로 이루어진 도형에서 다음을 구하여라.

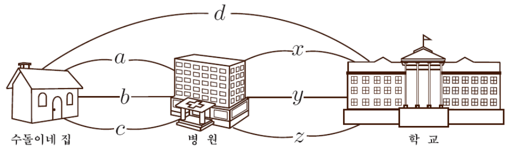
(1) **선분을 따라** 만들 수 있는 정사각형의 수



(2) 16개의 꼭지점 중 4개를 이어 만들 수 있는 정사각형을 (1)의 정사각형을 제외하고 다음 정사각형 9개로 된 그림에 그리고, (1)을 포함하여 정사각형이 몇 개인가?

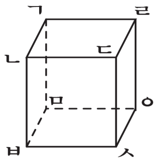


5. 수돌이네 집에서 학교까지 가는 길은 여러 가지 있다. 다음 그림에서 수돌이가 집에서 학교까지 가는 방법은 모두 몇 가지인가?

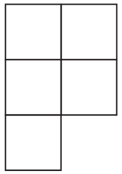


6. 수돌이와 학돌이가 가위 · 바위 · 보를 할 때 수돌이가 질 확률은 얼마인가?

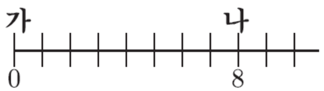
7. 다음 직육면체에서 모서리를 따라 ㄱ에서 ㅅ으로 갈 때, 가장 짧은 길로 찾아가는 방법은 모두 몇 가지인가?



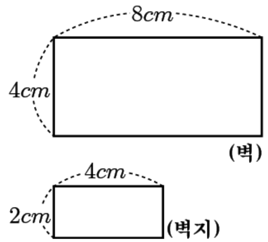
8. 다음 그림과 같은 5개의 정사각형으로 이루어진 도형이 있다. 이 때, 3개 이하의 정사각형을 색칠하는 서로 다른 방법의 수를 구하여라.



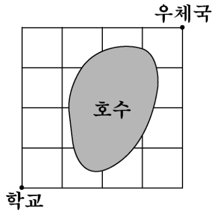
9. 다음 수직선에서 바둑돌을 점 **가**에 놓고 주사위를 던져서 나온 수만큼 오른쪽으로 옮기는 놀이를 한다. 주사위를 3번 던져 바둑돌이 점 **가**에서 점 **나**로 옮겨졌을 때, 나올 수 있는 세 눈의 쌍은 모두 몇 가지인가?



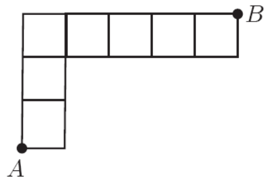
10. 그림과 같이 가로가 $8\,m$, 세로가 $4\,m$인 직사각형 모양의 벽에 가로가 $4\,m$, 세로가 $2\,m$인 벽지 4장을 붙이는 서로 다른 방법은 모두 몇 가지가 인가?



11. 그림은 정사각형 모양의 길로 이루어진 어느 마을의 지도이다. 가장 가까운 길로, 학교에서 우체국까지 가는 방법은 모두 몇 가지인가?(단, 호수 둘레는 길이 아니다.)

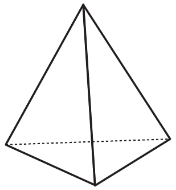


12. A에서 B까지 선을 따라 가는 가장 짧은 길은 모두 몇 가지인가?

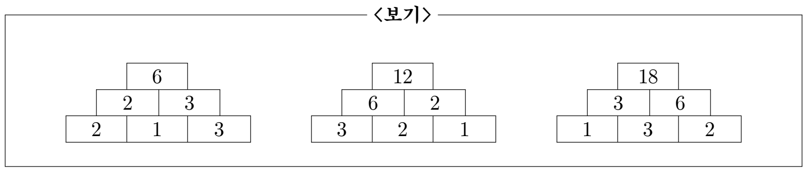


도전문제 C

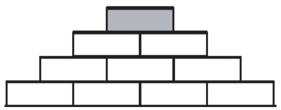
1. 그림과 같은 3각뿔모양의 피라미드들이 흰색, 검은색, 적갈색 등 세 가지 색깔을 기반으로 했으나 전부 다르게 칠해져 있다. 이 서로 다른 정사면체는 모두 몇 개일까?



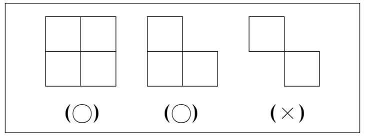
2. 다음 〈보기〉는 가장 아래 줄에 $1, 2, 3$을 적당히 나열한 후, 위의 칸에는 연결된 아래 칸에 있는 두 수의 곱을 계속 쓴 것이다. 이때, 가장 위의 칸에는 $6, 12, 18$의 세 가지 경우가 있다.



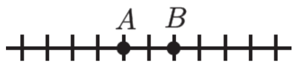
아래 그림의 가장 아래 줄에 $1, 1, 2, 3$ 을 적당히 나열하고, 〈보기〉와 같이 할 때, 색칠된 가장 위의 칸에 들어갈 서로 다른 수는 모두 몇 개인가?



3. 그림은 한 변이 $1\,cm$ 인 정사각형을 변끼리 이어서 둘레가 $8\,cm$ 인 도형을 만든 것이다. 한 변이 $1\,cm$ 인 정사각형을 변끼리 이어서 둘레가 $10\,cm$ 인 서로 다른 모양의 도형을 몇 개나 만들 수 있는가?(단, 돌리거나 뒤집어서 겹치는 것은 하나로 본다.)



4. 수직선에서 동전을 던져 앞면이 나오면 오른쪽으로 4칸, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 2칸 가는 놀이를 하고 있다. 점 A에서 시작해서 동전을 5번 던져 점 B로 가는 경우는 모두 몇 가지인가?



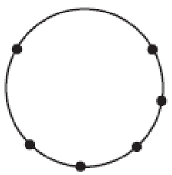
[사고력 퀴즈와 퍼즐]

1. 다음 표의 빈 칸에 1에서 12까지 수를 한 번씩 넣어 가로줄의 합과 세로줄의 합이 아래의 표와 같도록 만들어라.(단, 이미 들어가 있는 8, 6, 3은 제외)

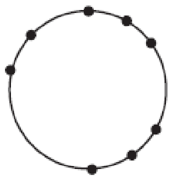
	6			30
8				18
		3		30
27	16	10	25	

2. 수돌, 학돌, 수순이가 점 잇기 게임을 한다. 점 잇기 게임의 |규칙|이 다음과 같다고 할 때, 물음에 답하여라.

|규칙|
* 한 사람씩 차례대로 두 점을 선분으로 잇는다.
* 같은 선분을 그을 수는 없다.
* 마지막 선분을 이은 사람이 이긴다.



(1) 수돌이와 학돌이가 다음과 같은 판에서 게임을 할 때, 누가 이기겠는가? 단, 수돌이가 먼저 선분을 그었다.



(2) 수돌, 학돌, 수순이의 순서로 다음과 같은 판에서 게임을 한다. 이기는 사람은 누구인가?

[생활 속의 수학]

1. 인간의 번뇌의 가지 수

번뇌는 사람의 6가지 감각 기관인 눈, 코, 귀, 입, 몸, 머리에서 나왔다고 한다.
눈은 색을 보고, 코는 냄새를 맡고, 귀는 소리를 듣고, 입을 맛을 느끼며, 몸은 촉감을, 머리는 생각을 한다. 이 6가지의 기관은 좋아하거나, 싫어하거나, 좋아하지도 싫어하지도 않는 3가지 느낌이 있으며, 또 이것은 깨끗함과 더러움의 2종류로 나뉘며, 이러한 번뇌들은 과거, 현재, 미래의 3가지 경우가 있게 된다. 따라서 번뇌의 전체 경우의 수는 (　　　)가지이므로 (　　　)라 한다.

2. 승부가 나지 않는 경우

과거 시험을 보러 가는 중 3명의 나그네가 만나게 되었다. 산길을 가다가 잠시 쉬었다 가자고 앉아 있다가 재미있는 생각을 해냈다. 가위, 바위, 보를 하여 진 사람이 등짐을 모아 지기로 하였다. 그런데 안타깝게도 승부가 나지 않는 경우는 몇 가지인지 구하여라.

[읽을거리]

1. 머피의 법칙과 확률

우리는 종종 다음과 같은 일을 겪고 당황스러워한 적이 있을 것이다.

'버터 바른 토스트는 항상 버터 바른 쪽이 바닥으로 떨어진다.'

'그냥 지나칠 때는 자주 오던 버스도 타려고 기다리면 안 온다.'

'슈퍼마켓 계산대에서 제일 짧은 줄을 찾아 서면 꼭 앞 사람의 계산이 길어진다.'

이와 같이 자기가 바라던 일이 이루어지지 않고 오히려 그렇지 않은 방향으로 전개되어 낭패를 당하게 될 때, 이것을 '머피의 법칙(Murphy's law)'이라고 한다. 머피의 법칙은 미국의 항공기 엔지니어였던 머피가 비행기의 충격 완화 장치 실험이 실패로 끝나자 "뭔가 잘못될 수 있는 일이라면 틀림없이 누군가 그 잘못을 저지르기 마련이다."라고 언급한 데서 생겨났다.

머피의 법칙은 '잘못된 가능성이 있는 것은 어김없이 잘못되어 간다.'는 의미로, 보통 일어날 확률이 1%밖에 되지 않는 나쁜 사건이 계속 벌어지면 머피의 법칙에 해당한다.

이와 반대로 "잘 될 가능성이 있는 일은 항상 잘 된다."는 의미의 샐리의 법칙(Shally's law)이 있는데, 일어날 확률이 1%밖에 되지 않는 좋은 사건이 계속되는 경우에 해당한다.

이를테면 시험 당일 아침에 우연히 펼쳐 봤던 부분에서 문제가 나온다든지, 지각이라 잔뜩 기가 죽어 교실 문을 여는데 선생님이 아직 오지 않으셨을 때와 같은 경우를 말한다.

그렇다면 머피의 법칙과 샐리의 법칙은 우연히 일어나는 것일까?

이 질문의 답변은 '그렇지 않다.'이다.

머피의 법칙 중 하나로 알려진 '버터 바른 토스트는 항상 버터 바른 쪽이 바닥으로 떨어진다.'는 것은 우연이 아니라 물리적 환경 때문에 필연적으로 일어나는 것임이 밝혀졌다.

또한, '슈퍼마켓 계산대에 줄을 서면 옆의 두 줄 중 하나가 더 빨리 빠진다.'는 것 역시 우연이 아니다. 계산대에 줄을 선 사람들이 늦게 빠져나가도록 하는 요인이 무작위로 발생하고, 내가 선 줄이 다른 두 줄 사이에 끼어 있을 때, 내가 선 줄이 가장 빨리 빠질 확률은 $\frac{1}{3}$이고 다른 두 줄 중 하나가 더 빨리 빠질 확률은 $\frac{2}{3}$로 2배가 되기 때문에 어떤 줄을 선택하든 다른 줄이 먼저 줄어드는 것을 지켜볼 수밖에 없는 것이다.

결국 머피의 법칙과 샐리의 법칙을 결정짓는 것은 긍정적인 사고방식이 아닐까?

2. 하노이 탑의 수수께끼

하노이 탑은 전설 속의 브라만의 탑을 본뜬 것으로 하노이의 한 사원 터에 존재한다고 한다. 그 전설 속의 탑에 대한 이야기는 다음과 같다.

커다란 구리판 위에 높이가 $50cm$ 되는 다이아몬드 막대 3개가 있는데 천지 창조 때 신은 그 중 한 막대에 구멍이 뚫린 64장의 순금으로 된 크기가 다른 원판을 작은 원판이 큰 원판 위에 오도록 하면서 차례로 쌓았다. 그리고 신은 승려들에게 원판을 한 장씩 옮겨 빈 다이아몬드 막대 중 어느 한 곳으로 모두 옮겨놓도록 명령하였다.

"원판은 한 번에 한 개씩 옮겨야 하고, 옮기는 과정에서 절대로 큰 원판이 작은 원판 위에 놓이지 않게 하라. 이 64개의 원판이 본래의 자리를 떠나 다른 한 막대로 모두 옮겨지면 이 지구는 우주에서 사라질 것이다."

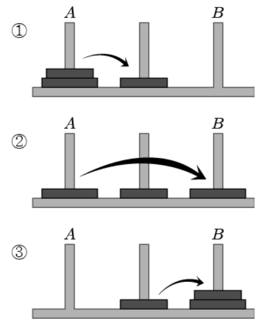
아직도 지구가 우주에서 사라지지 않은 것을 보면 승려들은 여전히 원판을 옮기고 있는 걸까?

그렇다면 지구가 우주에서 사라지기까지 걸리는 시간은 얼마일까?

이러한 문제는 특별한 몇 가지의 경우를 관찰하여 일반적으로 적용할 수 있는 규칙을 찾아내는 것이 중요하다.

(1) 먼저 원판이 한 개 뿐이면 원판의 이동 횟수는 1회이다.

(2) 원판이 두 개뿐이면 오른쪽 그림과 같은 단계(①~③)로 원판을 움직일 수 있다. 따라서, 원판의 이동 횟수는 3회이다.



이와 같은 방법으로 원판이 64개일 때 이동 횟수는

$$2^{64}-1=18446744073709551615\,(\text{회})$$

이다. 그런데 원판 1개를 옮기는 데 1초가 걸린다고 한다면 1년이면

$$365\times24\times60\times60=31536000\,(\text{회})$$

를 옮길 수 있으므로 전부를 옮기는 데에는 무려 약 5850억 년이나 걸리는 셈이다. 하노이 탑에 얽힌 전설에 따르면 지구가 사라지기까지 아직 많은 시간이 남아 있음을 알 수 있다.