100문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

경시대회 · 영재교육원 대비
원리탐구 초등 수학

도전 Ⅰ(하)(초6)

The discovery of dharma Series Challenge Ⅰ

최 경호 지음

최상위권 학생이 되기 위한
고난이도 문제 · 퍼즐 · 생활속의 수학 · 읽을거리

홈페이지(www.m1239.co.kr) 동영상 강의 및 풀이

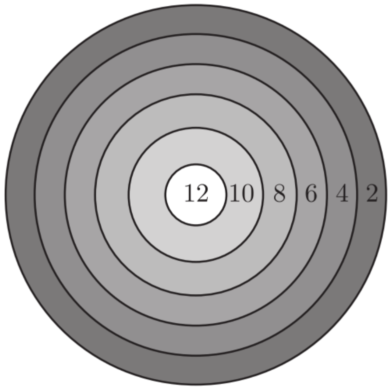
MATHEMATICS

원리탐구

초등수학 도전Ⅰ(하)(최상위 초6) 차례

	생활 속의 수학	읽을거리
제 5강	1. 도박에서 본전 찾기(?)	1. 술탄의 정책
제 6강	1. 지구의 둘레 구하기 2. 닮음 도형과 닮음이 아닌 도형	1. 벌집은 왜 육각형일까?
제 7강	1. 어떤 금덩이를 사는 것이 얼마의 이익이 되는가? 2. 탈레스는 지팡이를 가지고 피라미드의 높이를 쟀다.	1. 누가 더 추울까?
제 8강	1. 어떤 피자를 사는 것이 몇 원 이익인가?	1. 정이십면체를 깎으면 축구공이 된다? 2. 플라톤의 입체 3. 비밀을 폭로한 피타고라스의 제자

제 5강 확률과 통계



도전예제 A

1 도전예제

원리탐구

$\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ 5장의 카드가 있다. 3 장을 사용하여 세 자리의 정수를 만들 때, 다음을 구하여라.

(1) 세 자리의 정수의 개수 (2) 작은 것부터 30 번째의 수

(3) 3 의 배수의 개수

풀이 답: (1) 48 가지 (2) 314 (3) 20 가지

(1) 100 의 자리에 0 이 올 수 없으므로 4가지, 10 의 자리에는 100 의 자리에 온 수는 올 수 없으므로 4가지, 1 의 자리에는 100 의 자리와 10 의 자리에 온 수는 올 수 없으므로 3 가지이므로 $4\times4\times3=48$ 가지이다.

(2) 1로 시작되는 수 $4\times3=12$ 가지, 2로 시작되는 수 $4\times3=12$ 가지, 30으로 시작되는 수 3 가지, 31로 시작되는 수 3가지이므로 31로 시작되는 수의 마지막 수인 314 이다.

(3) 합이 3의 배수인 세 수로 이루어지는 수이므로

(0, 1, 2) ⇒ 4 가지, (0, 2, 4) ⇒ 4 가지, (1, 2, 3) ⇒ 6 가지, (2, 3, 4) ⇒ 6 가지이므로 총 $4+4+6+6=20$ 가지이다.

유제 1

두 개의 주사위 A, B를 동시에 던져서 주사위 A에 나온 눈의 수는 십의 자리의 숫자로 하고 주사위 B에 나온 눈의 수를 일의 자리의 숫자로 하여 두 자리의 자연수를 만들려고 한다. 다음을 구하여라.

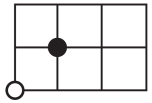
(1) 만든 두 자리의 수의 총수 (2) 만든 두 자리의 수가 3 의 배수가 될 확률

(3) 만든 두 자리의 수가 40 이상이 될 확률

2 도전예제

원리탐구

그림은 바둑판을 나타낸 것이다. 하나의 흰 돌과 하나의 검은 돌을 바둑판의 교차점 위에 놓고자 한다. 그런데 동일한 선 위에는 놓을 수가 없다. 흰 돌 하나와 검은 돌 하나를 놓을 수 있는 방법은 모두 몇 가지가 있는가?



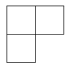
풀이 답: 72 가지

검은 돌을 놓을 수 있는 곳은 $3\times4=12$(가지)이다.

검은 돌의 자리가 결정이 되고 나면, 검은 돌을 중심으로 가로선과 세로선에 흰 돌을 놓을 없다. 즉 가로 3곳과 세로 2곳, 공통인 1곳이 제외되므로 $12-(3+2+1)=6$(가지)에 흰 돌을 놓을 수 있다.

검은 바둑돌을 놓은 12곳에 흰 돌을 각각 6 개 놓을 수 있으므로 $12\times6=72$(가지)이다.

유제 2

다음 그림에서  과 이것을 뒤집거나 돌려서 만든 모양을 그릴 때, 서로 다른 경우는 모두 몇 가지인가?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

3 도전예제

원리탐구

아래의 보기와 같은 자연수를 대칭수라고 부른다. 이 때, 10 부터 550 까지의 자연수 중에서 대칭수가 아닌 것은 모두 몇 개인가?

> **보기**
>
> 대칭수의 예: $11,\ 202,\ 353$

풀이 답: 487 개

10부터 550까지 자연수는 $550-9=541$개이다.
이 중에서 대칭 수는 다음과 같다.
(i) 두 자리 대칭 수: $11,\ 22,\ \cdots,\ 99$의 9(개)
(ii) 세 자리 대칭 수: $1\square1$ 에서 $\square$에는 0부터 9까지 10개의 수가 들어갈 수 있다. 따라서 101부터 494까지 세 자리 대칭수의 개수는 $4\times10=40$(개)
(iii) 한편, 나머지 대칭 수는 $505,\ 515,\ 525,\ 535,\ 545$의 5개이다.
따라서 대칭수가 아닌 수의 개수는 $541-(9+40+5)=487$ (개)이다.

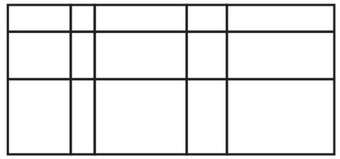
유제 3

1부터 10000까지 자연수 중에서 $588,\ 4886,\ 8848$등과 같이 숫자 8이 두 개 연속하여 붙어 있는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

4 도전예제

원리탐구

다음 그림에 있는 선분을 따라 그릴 수 있는 직사각형은 모두 몇 개인가?

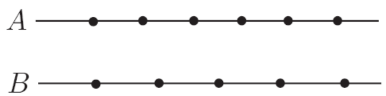


풀이 답: 90 개

그림에서 가로, 세로 방향으로 선분이 하나씩 결정되면 직사각형을 하나씩 만들 수 있다.
가로 방향으로 선분을 택하는 방법의 수는 6 개의 점에서 2 개를 선택하는 경우의 수이므로 $\frac{6\times5}{2}=15$ 가지가 된다. 마찬가지로 세로 방향으로 선분을 택하는 방법의 수는 4개의 점에서 2 개를 선택하는 경우의 수이므로 $\frac{4\times3}{2}=6$ 가지가 된다. 따라서 직사각형을 만들 수 있는 방법은 $15\times6=90$ (개)이다.

유제 4

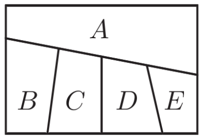
직선 $A,\ B$위에 각각 6 개와 5 개의 점이 있다. 이러한 점을 꼭지점으로 할 때, 그릴 수 있는 삼각형은 모두 몇 개인가?



5 도전예제

원리탐구

그림의 5개 부분에 빨강, 노랑, 초록, 파랑, 검정의 어느 색이든지 칠하려고 한다. 같은 색을 몇 번이고 써도 좋으나 서로 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠하는 방법의 수를 구하여라.

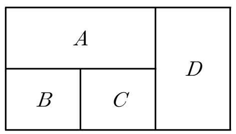


풀이 답: 540 (가지)

A는 B, C, D, E 와 이웃해 있으므로 A에 칠한 색은 B, C, D, E에 되풀이하여 사용할 수 없다.
만약 B, C, D, E에서 같은 색을 칠하려면 건너 뛰어 칠하면 된다. 따라서 A에 색을 칠하는 경우의 수는 5가지이고, B, C, D, E에 색을 칠하는 경우의 수는 각각 4가지, 3가지, 3가지, 3가지이다.
$\therefore 5\times4\times3\times3\times3=540$ (가지)

유제 5

빨강, 주황, 노랑, 초록의 4종류 색을 칠하여 그림의 A, B, C, D 영역을 구분하려고 한다. 색칠하는 방법의 수를 구하여라.

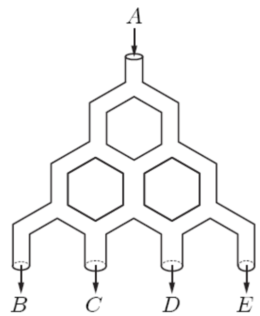


종합문제 A

1. 남자가 5명, 여자가 2명 모두 7명이 있다. 이들이 한 사람씩 순서대로 교실에 들어가려고 한다. 교실에는 항상 남자의 수가 여자의 수보다 적지 않도록 한다. 교실에 들어가는 방법은 몇 가지인가?

2. 변의 길이가 각각 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 가 되는 선분이 각각 하나씩 있는데, 그 중에서 몇 개를 뽑아서 그것들이 하나의 정사각형을 이루도록 하는 방법은 몇 가지가 있는가? (단, 선분은 구부릴 수 없다.)

3. 다음 그림과 같은 관이 있다. A로 공을 넣으면 B, C, D, E 중 어느 한 곳으로 공이 나오게 된다. A로 공을 넣을 때, C로 공이 나올 확률을 구하여라.



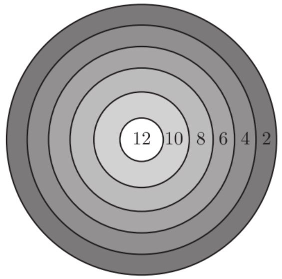
4. 각 자리의 수 중에서 두 개만 짝수인 세 자리의 자연수는 세 자리 자연수 전체의 몇 %인가?(단, 0 은 짝수로 보고, 답은 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한다.)

5. 길이가 각각 $3cm$, $5cm$, $6cm$, $9cm$, $11cm$인 막대가 5개 있다. 이 중에서 3개를 이용하여 삼각형을 만들면 모두 몇 가지를 만들 수 있는가?

6. 수돌이는 탐구콘도에 근무하고 있다. 어느 날 수돌이는 잘못하여 1호실, 2호실, 3호실, 4호실, 5호실의 열쇠를 모두 뒤섞어 버렸다. 각 방에는 맞는 열쇠를 찾으려면, 수돌이는 열쇠를 최대한 몇 번 사용하면 되겠는가?

7. 사과, 배, 복숭아, 자두, 감, 귤이 각각 1개씩 있다. 이 중 3개를 택해서 한 개의 접시에 담으려 한다. 감과 귤을 함께 담지 않는 방법은 몇 가지인가?

8. 수돌이는 오른쪽 과녁에 화살을 3 번 쏘았다. 수돌이는 3 번 모두 과녁을 맞혔고, 경계선에는 맞지 않았다. 수돌이가 화살을 쏘아 얻을 수 있는 점수는 모두 몇 가지인가?



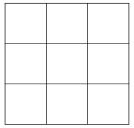
9. 길이가 $1cm$인 막대 4 개, $5cm$인 막대 4 개, $25cm$인 막대 2 개가 있다. 이들을 이어서 긴 막대를 만들 때, 길이가 서로 다른 막대가 몇 가지나 만들어지는가?

10. $\boxed{\text{1점}}$, $\boxed{\text{2점}}$, $\boxed{\text{3점}}$, $\boxed{\text{4점}}$, $\boxed{\text{5점}}$, $\boxed{\text{6점}}$과 같이 점수가 적힌 카드가 6장이 있다. 이 6장의 카드를 뒤집어 놓고 A, B, C 3사람이 2장씩 집었다. 이와 같은 시행을 2회 더 했을 때, A가 집은 카드 6장의 합계는 32점이었다. 다음물음에 답하여라.

(1) B와 C가 집은 카드 12장의 합계는 몇 점인가?

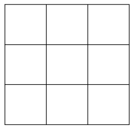
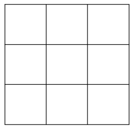
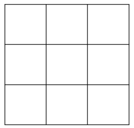
(2) A는 6점의 카드를 몇 번 집었는가?

11. 그림과 같이 정사각형 9개가 모여 생긴 16개의 꼭지점으로 이루어진 도형에서 다음을 구하여라.



(1) **선분을 따라** 만들 수 있는 정사각형의 수

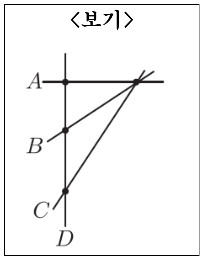
(2) 16개의 꼭지점 중 4개를 이어 만들 수 있는 정사각형을 (1)의 정사각형을 제외하고 다음 정사각형 9개로 된 그림에 그리고, (1)을 포함하여 정사각형이 몇 개인가?

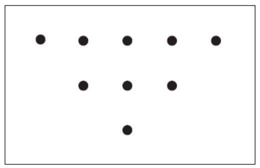
  

(3) (1)과 (2)에서 규칙을 찾아보아라.

(4) 위의 1번의 원리와 규칙을 이용하여 정사각형 16개가 모여 생긴 25개의 꼭지점으로 이루어진 도형에서 25개의 꼭지점 중 4개를 이어 만들 수 있는 정사각형의 수를 구하여라.

12. <보기>는 4개의 점으로 된 점판에서 두 점을 지나는 직선 4개를 그린 것이다. 9개의 점으로 된 오른쪽 점판에서 두 점을 지나는 서로 다른 직선은 모두 몇 개나 그릴 수 있는가? (단, 겹쳐지는 직선은 한 개로 센다.)

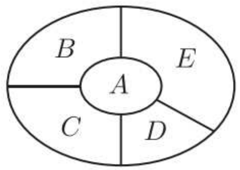




도전문제 A

1. 5장의 숫자 카드 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ 중에서 서로 다른 3장으로 대분수를 만든다. 만들 수 있는 대분수를 모두 더할 때, 그 합은 얼마인가?

2. 다섯 가지 색깔의 물감이 있다. 그림과 같은 A, B, C, D, E의 각 부분에 물감을 칠하는 방법의 수를 구하여라.(단, 같은 색을 여러 번 사용해도 좋지만 이웃하는 부분은 서로 다른 색을 칠해야 한다.)



3. 빨간 공 1개, 노란 공 2개, 파란 공 3개를 한 줄로 늘어놓으려고 한다. 같은 색의 공이 연속해서 놓여 있지 않는 경우는 모두 몇 가지인가?

4. $1g, 2g, \cdots 7g$ 짜리 추가 1 개씩 모두 7 개가 있다. 이 중에서 5 개를 뽑아 Ⓐ에 3 개, Ⓑ에 2 개를 놓아서 수평이 되게 할 때, Ⓐ에 추를 놓을 수 있는 방법은 모두 몇 가지인가?