100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

원리탐구 중등수학

중3수학(상)

내신대비 및 심화 문제 **탐/구/편**

Mathmatics The discovery of dharma

최경호 지음

홈페이지(www.m1239.co.kr) 동영상 강의 및 풀이

MATHEMATICS

원리탐구

중3수학(상)탐구 차례

읽을거리

제 1강 제곱근과 실수

1 탐구예제 원리탐구

다음 값의 제곱근을 구하여라.

(1) $\sqrt{(-25)^2}$ (2) $\sqrt{16}$

(3) $\sqrt{0.0004}$ (4) $(-5)^2$

풀이 답: (1) ± 5 (2) ± 2 (3) $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{10}$ (4) ± 5

(1) $\sqrt{(-25)^2}=25$ 이므로 25 의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm 5$ 이다.

(2) $\sqrt{16}=4$ 이므로 4 의 제곱근은 $\pm\sqrt{4}=\pm 2$ 이다.

(3) $\sqrt{0.0004}=\sqrt{\dfrac{4}{10000}}=\dfrac{2}{100}$ 이므로 $\dfrac{2}{100}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{\dfrac{2}{100}}=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{10}$ 이다.

(4) $(-5)^2=25$ 이므로 25 의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm 5$ 이다.

유제 1

다음 물음에 답하여라.

(1) 다음 값의 제곱근을 구하여라.

① $\sqrt{(-81)^2}$ ② $\sqrt{0.09}$

(2) 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

① a의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다. ② -8의 제곱근은 구할 수 없다(실수 범위)

③ $\sqrt{25}$ 의 제곱근은 ± 5이다. ④ $\sqrt{(-3)^2}=-3$이다.

⑤ $a<0,\ b>0$일 때, $-\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ 이다.

2 탐구예제 원리탐구

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a<b$ 일 때, $\sqrt{(b-a)^2}-\sqrt{(a-b)^2}$

(2) 실수 a,b 에 대하여 $a>b$, $ab<0$ 일 때, $(\sqrt{a})^2+|b|-\sqrt{(-2a)^2}+\sqrt{b^2}$

풀이 답: (1) 0 (2) $-a-2b$

(1) 제곱근 안에 제곱수는 항상 0보다 크거나 같은 수로 나와야 한다.

따라서 $a<b$ 에서 $b-a>0,\ a-b<0$ 이므로 $\sqrt{(b-a)^2}-\sqrt{(a-b)^2}=b-a-(b-a)=0$ 이다.

(2) $ab<0$ 이므로 a,b 는 서로 부호가 다르고 $a>b$ 이므로 $a>0,\ b<0$ 이다.

그러므로 $(\sqrt{a})^2+|b|-\sqrt{(-2a)^2}+\sqrt{b^2}=a-b-2a-b=-a-2b$ 이다.

유제 2

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $xy<0,\ \dfrac{y}{z}>0$일 때, $|xy-yz|-\sqrt{(yz-xz)^2}+|xy|+\sqrt{(xz)^2}$

(2) $0<2x<y$ 일 때, $\sqrt{(y-x)^2}+\sqrt{(2y-x)^2}-\sqrt{(x-3y)^2}$

3 탐구예제 원리탐구

다음 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{217-21x}$ 가 자연수가 되기 위한 자연수 x 의 값

(2) $\sqrt{60\times a}$ 가 자연수가 되도록 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수

풀이 답: (1) $1,\ 8$ (2) $135, 960$

(1) $\sqrt{217-21x}$ 이 자연수가 되려면 $217-21x$가 완전제곱수가 되어야 한다. 즉, $217-21x=a^2$ (a는 자연수) 이므로 $7(31-3x)=a^2\cdots$ ① 이다.

①에서 $31-3x$는 $7\times(\text{자연수})^2$인 꼴의 수가 되어야 한다.

$31-3x=7\times1^2,\ x=8$ 이고, $31-3x=7\times2^2,\ x=1$이다. $31-3x=7\times3^2,\ x<0$이므로 성립하지 않는다. 따라서 구하는 양의 정수 x는 $1,\ 8$이다.

(2) $\sqrt{60\times a}=2\sqrt{3\times5\times a}$가 자연수가 되려면 a는 $15\times n^2$ (n은 자연수)의 꼴이어야 한다.

$15\times2^2=60$, $15\times3^2=135$, $\cdots$, $15\times8^2=960$, $15\times9^2=1215$이다.

따라서 가장 작은 세 자리의 자연수 a는 135이고, 가장 큰 세 자리의 자연수 a는 960이다.

유제 3

다음 값을 구하여라.

(1) x가 두 자리 자연수일 때, $\sqrt{\dfrac{2x}{0.0\dot{3}}}$가 가장 작은 자연수가 되게 하는 x의 값

(2) $\sqrt{300-x}-\sqrt{200+y}$가 가장 큰 정수가 되도록 하는 자연수 x, y에 대하여 $x+y$의 값

4 탐구예제 원리탐구

다음 수의 대소를 비교하여라.

(1) $2-\sqrt{2},\ 5-3\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{29}+\sqrt{71},\ \sqrt{30}+\sqrt{70},\ \sqrt{31}+\sqrt{69}$

풀이 답: (1) $2-\sqrt{2}<5-3\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{29}+\sqrt{71}<\sqrt{30}+\sqrt{70}<\sqrt{31}+\sqrt{69}$

수의 대소 관계의 가장 기본이 되는 원리는 두 수의 차를 구하는 것이나 제곱근의 경우 여의치 않을 때에 제곱하여 차를 구하는 것도 방법의 하나이다.

(1) $2-\sqrt{2}-(5-3\sqrt{2})=2\sqrt{2}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$이므로 $2-\sqrt{2}<5-3\sqrt{2}$이다.

(2) $A=\sqrt{29}+\sqrt{71},\ B=\sqrt{30}+\sqrt{70},\ C=\sqrt{31}+\sqrt{69}$라고 하자.

$A>0,\ B>0,\ C>0$이므로 $A^2=(\sqrt{29}+\sqrt{71})^2=100+2\sqrt{2059}$,

$B^2=(\sqrt{30}+\sqrt{70})^2=100+2\sqrt{2100}$, $C^2=(\sqrt{31}+\sqrt{69})^2=100+2\sqrt{2139}$이다.

따라서 $A^2<B^2<C^2$이므로 $A<B<C$이다. 즉, $\sqrt{29}+\sqrt{71}<\sqrt{30}+\sqrt{70}<\sqrt{31}+\sqrt{69}$이다.

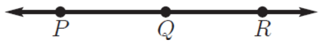
유제 4

다음 물음에 답하여라.

(1) $-2<x<y<0$일 때, 다음 수를 작은 수부터 차례로 나열하여라.

① $\sqrt{(2-x)^2}$	② $-\sqrt{(x-2)^2}$	③ $\sqrt{(2+y)^2}$
④ $-\sqrt{(-y)^2}$	⑤ $-\sqrt{(y-2)^2}$	

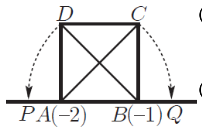
(2) 다음 수직선 위에 세 점 P, Q, R는 세 수 $a=2\sqrt{3}+1,\ b=3\sqrt{2}+1,\ c=9-3\sqrt{3}$을 나타낸 것이다. 세 점 P, Q, R의 좌표를 a, b, c로 나타내어라.



5 탐구예제

원리탐구

다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형을 그렸다.
$\overline{BD}=\overline{BP}$, $\overline{AC}=\overline{AQ}$ 일 때, 다음을 구하여라.



(1) 점 P와 점 Q의 좌표

(2) $\overline{PQ}$의 길이

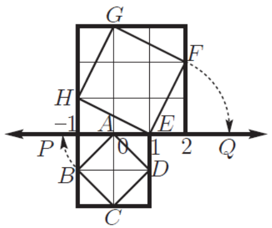
풀이 답: (1) $P(-1-\sqrt{2})$, $Q(-2+\sqrt{2})$ (2) $2\sqrt{2}-1$

(1) 점 P는 기준점이 $B(-1)$이고, 그곳에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동하였으므로 $P(-1-\sqrt{2})$이다.
점 Q는 기준점이 $A(-2)$이고, 그곳에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동하였으므로 $Q(-2+\sqrt{2})$이다.
(2) $\overline{PQ}$는 거리이므로 큰 수에서 작은 수를 빼야하므로 $\overline{PQ}=(-2+\sqrt{2})-(-1-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-1$이다

유제 5

다음 물음에 답하여라.

(1) 아래 그림에서 □$ABCD$와 □$EFGH$는 정사각형이고 $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{EF}=\overline{EQ}$일 때, 다음을 구하여라.

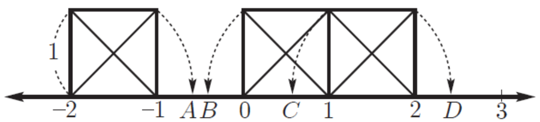


① 점 P에 대응하는 수

② 점 Q에 대응하는 수

③ $\overline{PQ}$의 길이

(2) 아래 그림에 대하여 다음 중 틀린 것을 구하여라.



① $A(-2+\sqrt{2})$ ② $C(2-\sqrt{2})$ ③ $\overline{AD}=3$
④ $\overline{BC}=1$ ⑤ $\overline{AD}=2+\sqrt{2}$

6 탐구예제

원리탐구

x가 실수일 때, 다음 보기 중 항상 옳은 것을 모두 골라라.

① x가 유리수이면, $\sqrt{x}$는 무리수이다.
② x가 유리수, y가 무리수이면 $x+y$는 무리수이다.
③ x가 유리수, y가 무리수이면 xy는 무리수이다.
④ x, y가 모두 무리수이면, $x+y$는 무리수이다.
⑤ x, y가 모두 무리수이면 xy는 무리수이다.
⑥ x가 무리수이면 x^2은 유리수이다.
⑦ x가 무리수이면 $xy=1$을 만족하는 y는 무리수이다.

풀이 답: ②, ⑦

틀린 것에 대한 증명은 하나의 틀린 예만 들면 되고, 옳은 것에 대한 증명는 반드시 문자로 해야 된다.
② $x+y$가 유리수라고 가정하면 (유리수)−(유리수)는 유리수이므로 $(x+y)-x=y$에서 y도 유리수가 되어 y가 무리수라는 가정에 모순이다. 따라서 x가 유리수, y가 무리수이면 $x+y$는 무리수이다.(참)
⑦ $xy=1$에서 $x\neq 0$이므로 $y=\dfrac{1}{x}$, $x=a+\sqrt{b}$ (a는 유리수, $\sqrt{b}$는 무리수)로 놓으면
$y=\dfrac{1}{a+\sqrt{b}}=\dfrac{a-\sqrt{b}}{(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})}=\dfrac{a-\sqrt{b}}{a^2-b}$이다.
따라서 x가 무리수이면 $xy=1$을 만족하는 y는 무리수이다.(참)
그러므로 항상 옳은 것은 ②, ⑦이다.

유제 6

다음 물음에 답하여라.

(1) 양의 유리수 x, y에 대하여 $\sqrt{xy}$가 무리수일 때, 다음 보기 중 항상 무리수인 것을 모두 골라라.

① $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ ② $\sqrt{\dfrac{y}{x}}$ ③ $\sqrt{x^2y}$

(2) a는 유리수이고, b, c는 무리수일 때, 다음 중 항상 무리수인 것을 고르면?

① $a+b$ ② $b-c$ ③ ac ④ $\dfrac{b}{c}$ ⑤ bc

7 탐구예제

원리탐구

$\sqrt{x^2+99}$ 이 자연수가 되기 위한 자연수 x의 값을 구하여라.

풀이 답: 49, 15, 1

$\sqrt{x^2+99}=a$ (a는 자연수)라고 하면 $x^2+99=a^2$, $a^2-x^2=99$, $(a+x)(a-x)=99 \cdots$ ①

a, x은 자연수이므로 $a+x$, $a-x$도 자연수이고, $a+x>a-x$이다.

따라서 식 ①을 만족하는 자연수 $a+x$, $a-x$의 값은 다음과 같다.

$a+x$	99	33	11
$a-x$	1	3	9

(i) $\begin{cases} a+x=99 \\ a-x=1 \end{cases} \Rightarrow a=50,\ x=49$, (ii) $\begin{cases} a+x=33 \\ a-x=3 \end{cases} \Rightarrow a=18,\ x=15$

(iii) $\begin{cases} a+x=11 \\ a-x=9 \end{cases} \Rightarrow a=10,\ x=1$ 따라서 x의 값은 49, 15, 1이다.

유제 7

다음 물음에 답하여라.

(1) $\sqrt{x^2+39}$의 값이 정수가 되게 하는 자연수 x의 값을 모두 구하여라.

(2) $1.5<\sqrt{x}<2.6$을 만족하는 x의 값 중에서 가장 작은 자연수를 a, 가장 큰 자연수를 b라고 할 때, $\sqrt{\frac{b}{a}\times n}$이 자연수가 되는 n의 값 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

8 탐구예제

원리탐구

n이 정수일 때, $n-1<\sqrt{x}<n+1$을 만족하는 정수 x가 39개 있다면, n의 값을 구하여라.

풀이 답: 10

$n-1<\sqrt{x}<n+1$에서 각항을 제곱하면 $(n-1)^2<x<(n+1)^2$, $n^2-2n+1<x<n^2+2n+1$ 이므로 주어진 부등식을 만족하는 정수 x의 개수는 다음과 같다.

$(n^2+2n+1)-(n^2-2n+1)-1=n^2+2n+1-n^2+2n-1-1=4n-1$

따라서 $4n-1=39$이므로 $n=10$ 이다.

유제 8

다음 물음에 답하여라.

(1) $2<\sqrt{|x-2|}<4$를 만족하는 정수 x의 값 중 가장 큰 것을 a, 가장 작은 것을 b라 할 때, $a-b$의 값을 구하여라.

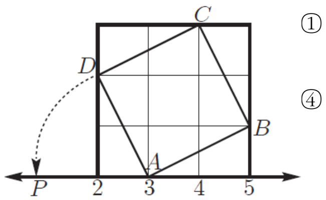
(2) 부등식 $\frac{1}{200}<\frac{1}{\sqrt{5x}}<\frac{1}{100}$을 만족하는 자연수 x의 개수를 구하여라.

① 4000개 ② 4999개 ③ 5000개 ④ 5999개 ⑤ 6000

종합문제〉〉

1. $0 < a < 1$일 때, $\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}$ 을 간단히 하여라.

2. 다음 정사각형으로 된 모눈종이에서 $\square ABCD$는 정사각형이다. P의 좌표를 구하여라.



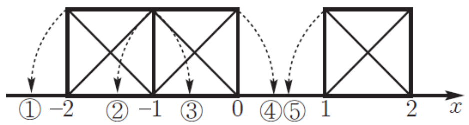
① $3-\sqrt{3}$　② $3-\sqrt{5}$　③ $2+\sqrt{2}$　④ $5-\sqrt{3}$　⑤ $5-\sqrt{5}$

3. $\sqrt{10-a}$가 정수가 되도록 하는 자연수 a의 값을 모두 합하면 얼마인지 구하여라.

4. 다음 중 옳은 것을 구하여라.

① 순환소수는 무리수이다.
② 순환하지 않는 무한소수는 유리수이다.
③ 정수가 아닌 모든 유리수는 무한 소수이거나 순환소수이다.
④ 무한소수는 모두 순환소수이다.
⑤ 실수 중에는 유리수이면서 동시에 무리수인 수는 존재하지 않는다.

5. 다음 그림의 사각형들은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 그 대각선의 길이를 반지름으로 하는 호를 점선으로 나타내었을 때 $\sqrt{2}-1$에 대응하는 점을 구하여라.



6. $\sqrt{\frac{504x}{5}}$ 이 정수가 되기 위한 x의 값 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

7. $\sqrt{16}$ 의 양의 제곱근을 a, 25의 음의 제곱근을 b라 할 때, $a-3b$의 값을 구하여라.

8. $0<a<1$일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{9(a-1)^2}+\frac{3}{2}\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4}-\frac{3}{2}\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}-2}$$

9. 자연수 a, b에 대하여 $\sqrt{240\times a}=b$일 때, $a+b$의 최솟값을 구하여라.

10. 다음 중 옳은 것을 구하여라.

① $\sqrt{(x+y)^2}-x=y$

② $x<0$이면 $-x\sqrt{(-x)^2}=x^2$

③ 순환소수 중에는 무리수도 있다.

④ 무리수는 수직선 위에 대응 시킬 수 없다.

⑤ x, y가 무리수이면 $x+y$는 무리수이다.

11. 아래 그림과 같이 가로, 세로 각각 $1cm$ 간격으로 25개의 점이 정사각형 모양으로 나열되어 있다. 이들 점 중에서 4개의 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그릴 때, 넓이가 $5cm^2$인 정사각형의 개수를 구하여라.

① 6개　② 7개　③ 8개　④ 9개　⑤ 10개

12. n이 정수일 때 $n-1<\sqrt{x}<n+1$을 만족하는 정수 x가 43개 있다고 한다. n의 값을 구하여라.

13. $4<\sqrt{2x}<5$을 만족하는 자연수 x의 값 중에서 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, $a-b$의 값을 구하여라.

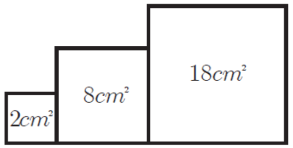
14. 다음 |보기| 중에서 옳은 것은 몇 개인가?

|보기|

㉠ 수직선은 유리수로 완전히 메워져 있다.
㉡ 순환하지 않는 무한소수는 실수가 아니다.
㉢ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.
㉣ 음수의 제곱근은 음수이다.
㉤ 무리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
㉥ 무리수 중에는 $\frac{b}{a}$(단, a, b는 정수)꼴로 나타낼 수 있는 것도 있다.

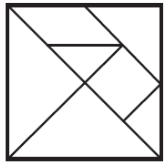
① 4개 ② 3개 ③ 2개 ④ 1개 ⑤ 없다.

15. 다음 그림과 같이 넓이가 각각 $2cm^2, 8cm^2, 18cm^2$인 정사각형 모양의 색종이를 붙였다. 이 때, 이 색종이로 이루어진 도형의 둘레의 길이를 구하여라.



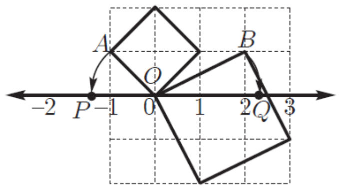
① $2\sqrt{7}\,cm$ ② $8\sqrt{7}\,cm$ ③ $14\sqrt{2}\,cm$
④ $18\sqrt{2}\,cm$ ⑤ $20\sqrt{2}\,cm$

16. 다음은 7개의 조각들을 맞춰서 여러 가지 모양을 만들 수 있는 칠교놀이이다. 7조각으로 만든 정사각형의 둘레와 내부에 있는 모든 선분의 길이의 합은 얼마인지 구하여라. (단, 가장 짧은 변의 길이를 1로 한다.)

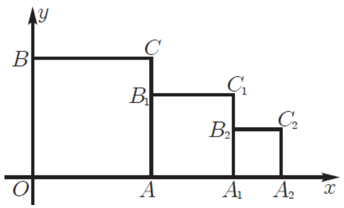


17. $\sqrt{48n}$과 $\sqrt{37-n}$가 모두가 정수가 되게 하는 n의 값을 구하여라.

18. 눈금이 1인 모눈종이 위에 두 개의 정사각형을 그린 것이다. 점 O를 중심으로 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 각각 반지름으로 하는 두 원과 수직선과의 교점의 좌표를 각각 $P(a), Q(b)$라 할 때 $a+b$를 구하여라.



19. 아래 좌표 평면에서 $\overline{OA}=\overline{OB}=3$ 이고 $\square OACB, \square AA_1C_1B_1, \square A_1A_2C_2B_2$ 는 모두 정사각형이다. 이 정사각형의 넓이를 차례로 S, S_1, S_2 라 할 때, $S_1=\frac{1}{3}S, S_2=\frac{1}{3}S_1$ 이다. 다음을 구하여라.

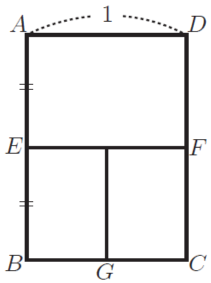


(1) B_1, C_2 의 좌표

(2) $\overline{AB}+\overline{A_2B_2}$ 의 값

(3) $\triangle C_1OA_2$ 의 넓이

20. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 $A4$용지는 $A3$용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, $A5$ 용지는 $A4$용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서 $A3$용지와 $A4$용지, $A5$용지는 서로 닮음이다. 그림에서 $\square ABCD$가 $A3$용지라 하고, $A3$ 용지의 가로의 길이를 1이라고 할 때, $A3$ 용지의 가로, 세로의 길이와 $A5$ 용지의 가로, 세로의 길이의 합을 구하여라.



21. $3(3-a\sqrt{2})-\sqrt{3}(a\sqrt{3}-2\sqrt{6})$을 간단히 한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값을 구하여라.

22. $\sqrt{700-28n}$ 이 자연수가 되도록 하는 최소의 자연수 n 의 값을 구하여라.

23. 다음 세 수의 대소 관계 중 옳은 것은?

$a=\sqrt{5}+\sqrt{7}\,,\ b=2+\sqrt{7}\,,\ c=\sqrt{5}+3$

① $b<a<c$ ② $c<a<b$ ③ $a<b<c$ ④ $b<c<a$ ⑤ $a<c<b$

탐구문제〉〉〉

1. x, y 가 실수이고 $x^2+y^2=3$ 일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{(2xy-3)^2}+\sqrt{(2xy+3)^2}$$

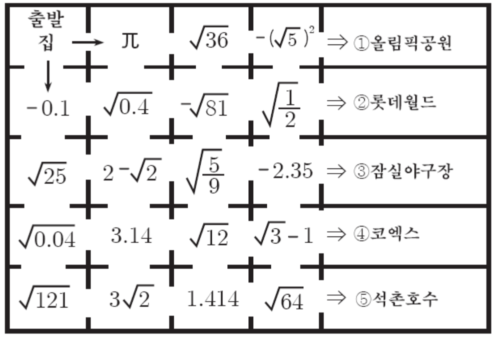
2. x, y 는 양의 정수이고, $\sqrt{x^2+y^2}$ 의 정수 부분이 4 일 때, 만족하는 순서쌍(x, y)의 개수를 구하여라.

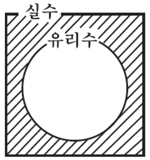
3. $(3\sqrt{3}+\sqrt{26})^{29}=a$ 일 때, $(3\sqrt{3}-\sqrt{26})^{29}$ 을 a 를 써서 나타내어라.

4. 부등식 $\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x+2)^2}<5$를 만족하는 최대의 정수를 a, 최소의 정수를 b라 할 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.

[사고력 퀴즈와 퍼즐]

1. 아래 그림은 어떤 수를 따라 가로와 세로로 다닐 수 있는 미로를 나타낸 것이다. 수순이가 집에서 출발하여 오른쪽 벤다이어그램의 빗금친 부분의 수를 따라가면 어느 장소에 도착할 수 있는가?





[생활 속의 수학]

1. 조리개와 $\sqrt{2}$

조리개는 렌즈를 통과하는 빛의 양을 조절하는 원 모양의 장치로, 조리개의 구멍이 많이 열릴수록 빛이 많이 들어온다. 사진을 찍을 때 렌즈를 통과하는 빛의 양을 적절히 조절하지 못하면, 사진이 너무 어둡거나 밝게 나온다.

사진기의 렌즈 바깥쪽 둘레에는 조리개의 조여진 정도를 나타내는 F값이 1.4, 2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22, 32와 같이 표시되어 있다. 첫째 F값 1.4는 $\sqrt{2}$의 근삿값이고, 둘째 F값 2는 $(\sqrt{2})^2$이고, 셋째 F값 2.8은 $(\sqrt{2})^3$의 근삿값이다. 이와 같이 F값이 $\sqrt{2}$의 거듭제곱의 근삿값인 이유는 무엇일까?

F값은 조리개 구멍의 지름의 길이에 반비례한다. 예를 들어 F값을 $\sqrt{2}$배 크게 하면 조리개 구멍의 지름의 길이는 처음의 $\frac{1}{\sqrt{2}}$로 작아진다.

$F2.8$ $F4$ $F5.6$ $F8$ $F11$ $F16$ $F22$

렌즈를 통해 들어오는 빛의 양을 반으로 줄이려면 조리개 구멍의 넓이를 반으로 줄여야 한다. 즉, 조리개 구멍의 지름의 길이를 처음의 $\frac{1}{\sqrt{2}}$로 줄여야 하고, 그러기 위해서는 F값을 $\sqrt{2}$배 크게 해야 한다. 이러한 이유에서 F값은 $\sqrt{2}$의 거듭제곱의 근삿값으로 되어 있다.

[출처: 중3수학익힘, 두산동아]

[읽을거리]

1. 옛날에는 제곱근을 어떻게 구했을까?

정사각형의 넓이를 알고 있을 때, 한 변의 길이를 구하는 문제와 같이 제곱근을 구하는 문제는 일상생활에서 쉽게 생겨날 수 있는 문제이다. 요즘은 전자계산기를 이용하여 제곱근을 간편하게 굴할 수 있지만, 전제계산기가 없었던 옛날 우리나라 사람들은 어떻게 제곱근을 구하였을까?

조선 시대 수학자 홍길주 (洪吉周 ; 1786 ~ 1841)는 넓이가 주어진 정사각형의 한 변의 길이를 다음과 같이 구하였다고 한다.

예를 들어, 넓이가 441인 정사각형이 있다고 하자. 아래와 같이 441을 반으로 나눈 다음 계속하여 $1, 2, 3, \cdots$을 빼나가다가 더 이상 뺄 수 없을 때까지 계산을 한다.

441을 반으로 나눈다.	220.5
이 값에서 1을 뺀다.	$220.5-1=219.5$
2를 뺀다.	$219.5-2=217.5$
3를 뺀다.	$217.5-3=214.5$
$\cdots$	$\cdots$
19를 뺀다.	$49.5-19=30.5$
20를 뺀다.	$30.5-20=10.5$

위에서 20까지 빼고 남은 수 10.5에서 21을 뺄 수 없다. 이 때, 남은 수 10.5를 2배하면 21이 되는데, 이 수는 마지막으로 빼고자 했던 수 21과 일치한다. 이 21이 바로 441의 제곱근이다. 따라서 넓이가 441인 정사각형의 한 변의 길이는 21이다. 실제로 21×21을 계산해 보면 441이 되어 21은 441의 양의 제곱근임을 알 수 있다.

[출처: 중3수학익힘, 천재문화]