

100 문제를 푸는 것보다  
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

# 원리탐구 중등수학 중1 수학(하)

최상위권 학생을 위한 고난이도 문제 **도/전/편**

The discovery of dharma Series Challenge 최 경 호 지음



홈페이지([www.m1239.co.kr](http://www.m1239.co.kr)) 동영상 강의 및 풀이



# MATHEMATICS

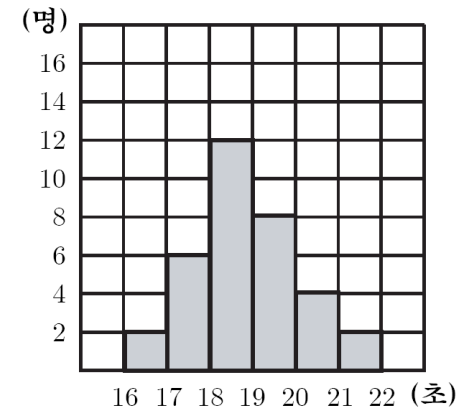
원리탐구

## 중1(하) 도전 차례

제 1강	통계	3
제 2강	기본도형	27
제 3강	작도와 합동	45
제 4강	다각형의 성질A	61
제 5강	다각형의 성질B	79
제 6강	원과 부채꼴A	99
제 7강	원과 부채꼴B	117
제 8강	다면체와 회전체	135
제 9강	입체도형의 겹넓이와 부피	153

## 제 1강 통계

	생활 속의 수학	읽을거리
제1강	1. 출구조사와 당선가능성	1. 통계의 시작
제2강	1. 도형을 왜 기하(幾何)학이라고 하였는가?	1. 100m 떨어진 곳에 있는 사람은 1°의 시각으로 보인다.
제3강	1. 3대 작도 불능 문제	1. 5각형의 작도
제4강	1. 급파 한 보은 어디로 갔을까?	1. 브르타뉴의 해안선 길이와 프렐탈 차원
제5강	1. 아버지의 유언을 이행하기	1. 크기가 다른 벌레가 같은 나무를 한 바퀴 돌 때, 느끼는 돌레와 넓이는 다르다.
제6강	1. 교수와 학생의 소송사건	1. 7명이 6개의 방에서 1명씩 잘 수 있을까?
제7강	1. 수학적 내용이 현실에 쓰인 곳	1. 아리스토텔레스의 바퀴
제8강	1. 정이심면체를 깎으면 축구공이 된다?	1. 누가 더 추울까?
제9강	1. 지구와 달 밖으로 1KM 떨어져 돌면 거리는 얼마나 차이가 날까?	1. 달갈모양이 공 모양이 아니고 한쪽은 타원 형으로 생긴 이유?

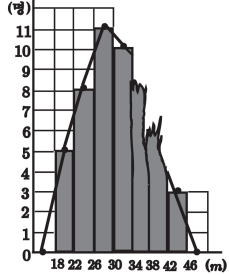


# 도전예제

## 1 도전예제



그림은 어느 학교 1학년 학생 50명의 던지기 기록을 나타낸 히스토그램과 도수분포다각형인데, 그 일부가 찢어졌다. 다음 물음에 답하여라.



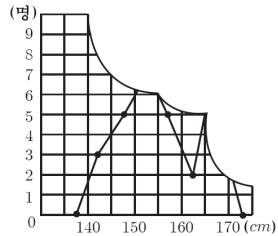
- (1) 38m 미만 던진 학생수가 38m 이상 던진 학생수의 5배보다 4명이 적다고 할 때, 계급 34m 이상 38m 미만, 38m 이상 42m 미만의 도수를 구하여라.
- (2) 계급값이 20m인 계급의 히스토그램의 직사각형의 넓이를 20이라고 할 때, 찢어지기 전의 도수분포다각형의 넓이를 구하여라.
- (3) 찢어지기 전의 도수분포다각형을 가장 높은 꼭지점에서 가로축에 수선을 그어 두 부분으로 나눌 때, 오른쪽과 왼쪽의 넓이의 비를 구하여라.

**풀이** 답: (1)  $x = 7, y = 6$  (2) 200 (3) 63:37

(1) 34(m) 이상 38(m) 미만의 도수를  $x$ , 38(m) 이상 42(m) 미만의 도수를  $y$  라 하면, 도수의 총합:  $5 + 8 + 11 + 10 + x + y + 3 = 50, x + y = 13 \dots \textcircled{1}$   
 38(m) 미만 던진 학생수가 38(m) 이상 던진 학생수의 5배보다 4명이 적으므로  $34 + x = 5 \times (y + 3) - 4, x - 5y = -23 \dots \textcircled{2}$   $\textcircled{1}$ 과  $\textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면,  $x = 7, y = 6$  이다.  
 (2) 계급값이 20m인 계급은 18(m) 이상 22(m) 미만으로 도수가 5인데 넓이를 20이라고 했으므로 밑변의 길이를 4로 하였음을 알 수 있다. 따라서 찢어지기 전의 도수분포다각형의 넓이는 (총 도수)  $\times 4 = 50 \times 4 = 200$  이다.  
 (3) 찢어지기 전의 도수분포다각형에서 가장 높은 계급은 26(m) 이상 30(m) 미만이고 도수는 11이므로 왼쪽의 넓이는  $13 \times 4 + 11 \times \frac{1}{2} \times 4 = 74$  이므로 오른쪽의 넓이는  $200 - 74 = 126$  이다.  
 그러므로 오른쪽과 왼쪽의 넓이의 비  $126 : 74 = 63 : 37$  이다.

### 유제 1

그림은 일부가 보이지 않는 1학년 학생들의 키에 대한 도수분포다각형이다. 물음에 답하여라.

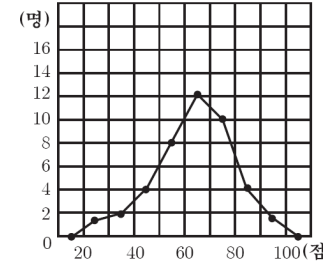


- (1) 키가 140cm 이상 145cm 미만인 학생이 전체의 6%일 때, 전체 학생 수를 구하여라.
- (2) 키가 160cm 미만인 학생이 160cm 이상인 학생보다 20명이 많을 때, 계급 150cm 이상 155cm 미만인 도수와 계급 165cm 이상 170cm 미만인 도수를 각각 구하여라.

## 2 도전예제



다음은 수돌이네 반 학생들의 1학기 수학 성적을 조사하여 도수분포다각형으로 나타낸 그래프이다. 다음을 구하여라.



- (1) 수돌이네 반 학생 수
- (2) 수학 성적이 87점인 학생이 속하는 계급의 도수
- (3) 도수가 가장 큰 계급의 계급값
- (4) 수학 성적이 60점 이상인 학생은 전체의 몇 % (단, 소수 첫째자리에서 반올림하라.)
- (5) 수돌이네 반 학생들의 1학기 수학 시험의 평균 (단, 소수 첫째자리에서 반올림하라.)

**풀이** 답: (1) 42 (2) 4 (3) 65 (4) 63% (5) 63

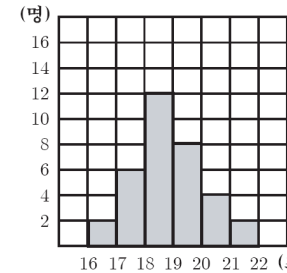
(1)  $1 + 2 + 4 + 8 + 12 + 10 + 4 + 1 = 42$  (2) 4 (3) 65 (4)  $\frac{27}{42} \Rightarrow \frac{9}{14} \times 100 = \frac{450}{7} \approx 63\%$   
 (5) 계급(도수)을 구하면 25(1), 35(2), 45(4), 55(8), 65(12), 75(10), 85(4), 95(1)이고, 가평균을 65점으로 하여 계산 하면 다음과 같다.  

$$65 + \frac{(-40 \times 1) + (-30 \times 2) + (-20 \times 4) + (-10 \times 8) + (10 \times 10) + (20 \times 4) + (30 \times 1)}{42}$$

$$= 65 + \frac{-50}{42} \approx 64$$

### 유제 2

아래 히스토그램은 B중학교 1학년 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 분포를 나타낸 것이다. 다음을 구하여라.



- (1) 달리기를 한 학생의 총수
- (2) 20초미만의 기록을 가진 학생은 전체의 몇 % (단, 소수 첫째자리에서 반올림하라.)
- (3) 5등으로 빨리 들어온 학생이 속하는 계급의 도수

3 도전예제



다음 표는 A반 25명의 수학경시 대회 점수의 결과를 정리한 것이다. 문제는 3문제이고, 1번을 풀면 10점, 2번을 풀면 20점, 3번을 풀면 30점이다. 다음을 구하여라.

점수	0	10	20	30	40	50	60	계
인원	0	2	3	10	5	3	2	25

- (1) 평균  
 (2) 1번을 푼 사람이 12명이면, 2번을 푼 학생 수와 3번을 푼 학생 수

풀이

답: (1) 34 (2) 2번을 푼 학생: 11, 3번을 푼 학생: 17

(1) 가평균을 30으로 하여 과부족을 써서 계산하면

$$30 + \frac{(-20 \times 2) + (-10 \times 3) + (10 \times 5) + (20 \times 3) + (30 \times 2)}{25} = 34$$

(2) 10점은 1번을, 20점은 2번을 푼 학생이나, 30점은 1번과 2번을 푼 학생이거나 3번을 푼 학생이다. 40점은 1번과 3번을, 50점은 2번과 3번을, 60점은 1번, 2번, 3번을 푼 학생이다.

따라서 1번을 푼 학생은 10점 2명, 30점 x명, 40점 5명, 60점 2명이므로

$$2 + x + 5 + 2 = 12, x = 3$$

에서 30점을 맞은 학생 10명 중에서 1번과 2번을 푼 학생이 3명, 3번을 푼 학생은 7명이다.

$$2\text{번을 푼 학생 수: } 3 + 3 + 3 + 2 = 11$$

$$3\text{번을 푼 학생 수: } 7 + 5 + 3 + 2 = 17$$

유제 3

A반 학생 50명이 수학 시험을 보았다. 문제의 수는 3개이고 1번은 10점, 2번은 20점, 3번은 30점이다. 이 때, 반 평균이 33.6점이고 시험 결과를 분석한 것이 아래 표와 같고, 2번을 맞은 학생이 29명일 때, 다음 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.

[특점한 학생 수]

특점	60	50	40	30	20	10
학생 수(명)	5	11		9	8	4

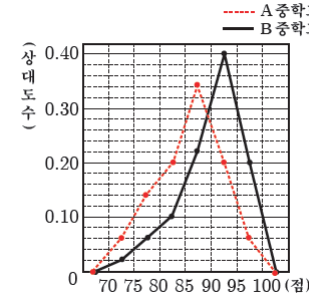
[문제별 정답 학생 수]

문제	1번	2번	3번
학생 수(명)		29	

4 도전예제



다음 그림은 A중학교 학생 50명과 B중학교 학생 300명의 수학 성적을 조사하여 나타낸 상대도수분포다각형이다. 다음을 구하여라.



- (1) B중학교에서 85점 이상 90점 미만인 학생 수  
 (2) A중학교에서 성적이 12등인 학생이 속하는 계급값  
 (3) 상대도수분포다각형으로 둘러싸인 부분의 면적이 넓은 학교

풀이

답: (1) 66명 (2) 92.5 (3) 같다.

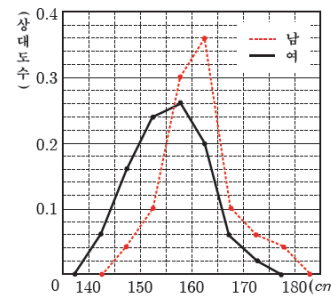
(1)  $0.22 \times 300 = 66$ 명

(2) 95점 이상 100점미만이  $0.06 \times 50 = 3$ 명이고, 90점 이상 95점미만이  $0.2 \times 50 = 10$ 명이므로 계급값은  $\frac{90+95}{2} = 92.5$ 이다.

(3) 상대도수의 총합이 1이고, 도수분포다각형의 밑변의 길이가 같으므로 면적이 같다.

유제 4

그래프는 어느 중학교 1학년 학생 중 남녀학생을 각각 100명을 뽑아 키를 조사하여 그린 상대도수의 그래프이다.(높게 솟은 것이 남학생) 다음을 구하여라.

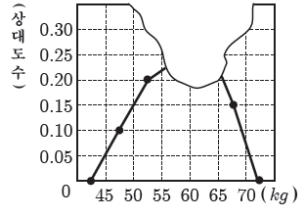


- (1) 키가 155cm이상 170cm미만의 남녀 각각의 학생 수  
 (2) 키가 155cm이상 170cm미만의 남녀 학생을 통틀어 전체 학생의 몇 %인가?  
 (3) 키가 165cm이상 170cm미만의 남학생 중 가장 큰 학생은 전체 남학생을 작은 순서로 서면 몇 번째에 해당하는가?

5 도전예제



그림은 어느 학급 학생 60명의 몸무게에 대한 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프인데 일부가 지워져 보이지 않는다. 몸무게가 50kg 이상 60kg 미만인 학생 수가 몸무게가 60kg 이상 65kg 미만인 학생 수의 1.5배일 때, 몸무게가 60kg 이상 65kg 미만인 학생 수를 구하여라.

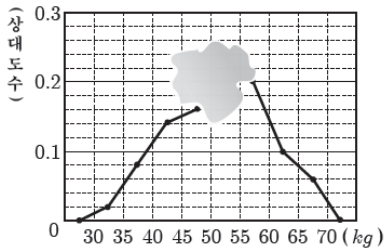


풀이 답: 18명

55kg 이상 60kg 미만, 60kg 이상 65kg 미만인 계급의 상대도수의 합은 다음과 같다.  
 $1 - (0.10 + 0.20 + 0.15) = 0.55$   
 60kg 이상 65kg 미만인 계급의 상대도수를  $x$  라 하면 55kg 이상 60kg 미만인 계급의 상대도수는  $0.55 - x$  이므로  $0.20 + (0.55 - x) = 1.5x$   $\therefore x = 0.3$   
 따라서 몸무게가 60kg 이상 65kg 미만인 학생 수는  $60 \times 0.3 = 18$ (명)이다.

유제 5

그림은 어느 학급 학생 50명의 몸무게에 대한 상대도수 그래프인데 일부가 얼룩으로 보이지 않는다. 다음을 구하여라.



- (1) 도수가 가장 큰 계급의 계급값과 학생 수
- (2) 몸무게가 가장 가벼운 학생부터 계급값이 47.5kg인 계급까지의 도수의 합

6 도전예제



A, B 두 회사의 직원 수는 각각 80명, 120명이다. 근무 년 수를 계급으로 하는 도수분포표를 만들었더니 근무 년 수가 8년 이상 10년 미만인 계급의 직원 수의 비가 4:5이었다. 이 때, 근무 년 수가 8년 이상 10년 미만인 계급에 대한 상대도수의 비를 구하여라.

풀이 답: 6:5

A, B 두 회사의 근무 년 수가 8년 이상 10년 미만인 직원 수를 각각  $4x$ 명,  $5x$ 명이라 하면 구하는 상대도수의 비는  $\frac{4x}{80} : \frac{5x}{120} = 6:5$ 이다.

유제 6

어느 두 학교의 학생 수의 비가 6:1이고, 어떤 계급의 도수의 비가 3:1일 때, 그 계급의 상대도수의 비를 구하여라.

7 도전예제

다음 도수분포표는 가족들과 단풍구경을 간 학생들을 대상으로 가장 인상 깊은 산을 조사한 것이다. 다음 물음에 답하여라.

	1학년(명)	2학년(명)	3학년(명)
설악산	12	15	18
지리산	12	18	20
속리산	6	7	12
합 계	30	40	50

(1) 지리산에 대한 상대도수가 가장 큰 학년을 구하여라.

(2) 3학년이 다른 학년과 비교했을 때, 상대적으로 많이 답한 산을 구하여라.

**풀이**      답: (1) 2학년      (2) 속리산

각 학년의 상대도수를 구하면 오른쪽 표와 같다.

(1) 지리산에 대한 상대도수가 가장 큰 학년은 2학년이다.

(2) 3학년의 속리산에 대한 상대도수가 다른 학년에 비하여 가장 크다.

	1학년	2학년	3학년
설악산	0.40	0.375	0.36
지리산	0.40	0.45	0.40
속리산	0.20	0.175	0.24
합 계	1.0	1.0	1.0

유제 7

다음 도수분포표는 A 학교와 B 학교 학생들의 통학거리를 조사한 것이다. 다음 물음에 답하여라.

통학거리(km)	A 학교	B 학교
0이상~2미만	24	23
2 ~ 4	42	34
4 ~ 6	59	61
6 ~ 8	45	43
8 ~ 10	26	31
10 ~ 12	4	8
합 계	200	200

(1) A 학교와 B 학교 중 통학 거리가 대체적으로 짧은 학교를 말하여라.

(2) A 학교와 B 학교 주위에 C 학교와 D 학교가 신설될 때, 통학 거리가 6km 이상인 학생들을 C 학교와 D 학교로 옮겨야 한다고 한다. A 학교와 B 학교에서는 각각 몇 명의 학생이 학교를 옮겨야 하는지 구하여라.(단, 6km 이상인 학생들은 C 학교와 D 학교와의 거리가 6km 미만이다.)

종합문제

1. 다음 표는 어느 학교의 수학 경시대회에 응시한 학생 40명의 성적을 도수분포표로 나타낸 것이다. 이 도수분포표로부터 계산한 평균이 71.5점일 때, a, b의 값은 얼마인가?

계급(점)	도수(명)
40이상 ~ 50미만	3
50 ~ 60	5
60 ~ 70	9
70 ~ 80	a
80 ~ 90	b
90 ~ 100	3
합계	40

2. 다음은 9명의 수학 성적을 기록한 표이다. 9명의 평균 성적은 64점이며, F의 성적은 9명 중 가장 좋고 또, F를 제외한 8명 중 어느 한 사람의 성적의 2배이다. F의 성적은 몇 점인가?

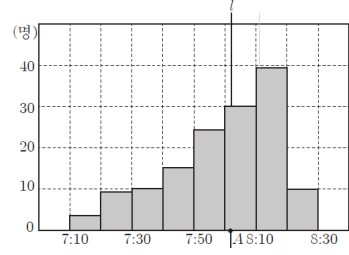
A	B	C	D	E	F	G	H	I
74	48		90	33		60	78	61

3. 다음 도수분포표는 진아네 반 학생들의 키를 조사하여 나타낸 것이다. 키가 155cm 이상인 학생이 155cm 미만인 학생의 4배이고, 160cm 미만인 학생은 전체의 40%일 때, 170cm 이상 175cm 미만인 학생 수를 구하여라.

키 (cm)	학생 수(명)
145이상~150미만	1
150 ~ 155	6
155 ~ 160	□
160 ~ 165	5
165 ~ 170	3
170 ~ 175	□

4. 아래의 오른쪽 그림은 어느 중학교 학생 140명의 등교시각의 도수분표를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 색칠된 도형의 전체 넓이를 이등분하는 직선  $l$ 과 히스토그램의 계급을 나타내는 축의 교점을  $A$ 라 하자.  $A$ 의 시각을  $a$ 시  $b$ 분이라 할 때,  $10a+b$ 의 값은 얼마인가?

등교시각	학생 수 (명)	등교시각	학생 수 (명)
이상 미만 7:10~7:20	3	이상 미만 7:50~8:00	24
7:20~7:30	9	8:00~8:10	30
7:30~7:40	10	8:10~8:20	39
7:40~7:50	15	8:20~8:30	10



5. 다음 표는 수들의 1학기말 각 과목별 점수에서 수학 점수를 뺀 것이다. 수학 점수가 80점일 때 다섯 과목의 평균 성적이 84점 이상이 되기 위해서는 영어 점수는 몇 점 이상이어야 하는가?

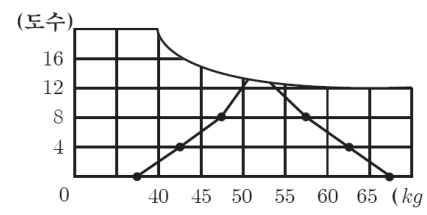
과목	국어	수학	사회	과학	영어
뺀 값	+5	0	-2	+3	

6. 다음 도수분포표는 D고등학교의 입학시험 성적을 조사하여 나타낸 것이다. D고등학교 모집 정원이 300명이고, 경쟁률이 1.5:1일 때, 점수가 고르게 분포되어 있다고 가정하면 합격자의 합격선은 몇 점 이상인지 구하여라.(단, 합격선은 정수로 나타내어진다.)

성적(점)	학생 수(명)
220이상~230미만	28
230 ~ 240	36
240 ~ 250	89
250 ~ 260	88
260 ~ 270	76
270 ~ 280	62
280 ~ 290	53
290 ~ 300	18

100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

7. 일부가 찢겨져 나간 어느 학급 40명의 몸무게를 나타낸 도수분포다각형에 대하여 다음 질문에 답하여라.



(1) 몸무게가 50kg이상 55kg미만인 계급의 도수를 구하여라.

(2) 몸무게의 평균을 구하여라.

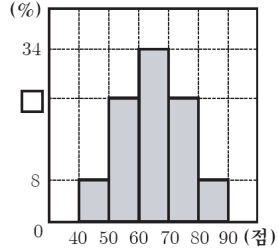
8. 히스토그램의 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 가로축에 계급을 잡는다.
- ② 세로축은 도수를 표시한다.
- ③ 각 계급에 속하는 직사각형의 가로의 길이는 일정하다.
- ④ 전체의 경향을 알 수 있다.
- ⑤ 각 계급에 속하는 직사각형의 세로의 길이는 일정하다.

9. 다음 표는 어느 반 36명의 수학 시험 성적을 나타낸 것이다. 이 36명의 평균이 83점일 때  $x, y$ 의 값은 얼마인가?

점 수	78	80	82	84	86	88
학생 수	5	$x$	$y$	9	6	4

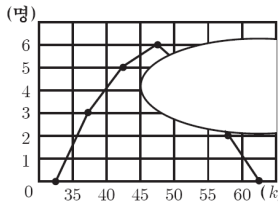
10. 다음 그림은 어느 학급 학생들의 국어 성적을 조사하여 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.



(1) 그래프에서 국어 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생은 전체의 몇 %인가?

(2) 그래프에서 전체 학생 수가 50명면, 성적이 낮은 쪽에서 전체의 10%에 해당하는 학생들을 선발할 때, 국어 성적이 50점 이상 60점 미만인 계급에서는 몇 명이 선발되는가?

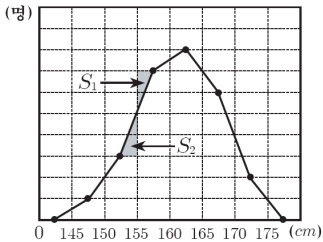
11. 다음 도수분포다각형은 어느 학급의 학생 20명에 대한 몸무게를 나타낸 것으로 일부가 보이지 않는다. 다음 물음을 구하여라.



(1) 몸무게가 50kg이상 55kg미만인 학생 수

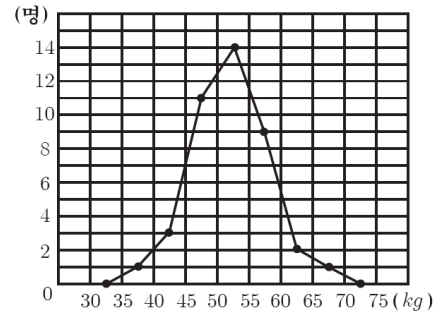
(2) 이 도수분포다각형의 제일 높은 꼭지점에서 가로축에 내린 수선에 의하여 나누어지는 두 다각형의 넓이의 비

12. 다음 그림은 어느 반 학생들의 키를 조사하여 나타낸 도수분포다각형이다. 가로의 1cm 단위를 1로 생각하고, 세로의 1명 단위를 1로 생각하여 삼각형  $S_1$ 과  $S_2$ 의 넓이를 구했더니  $S_1 + S_2 = 15$ 이었다. 이 때, 키가 150cm이상 160cm미만인 학생 수를 구하여라.



100 문제를 주는 것보다 원리를 가르칩니다!

13. 다음 그래프는 몸무게에 대한 도수분포다각형이다. 몸무게가 가벼운 쪽으로부터 14번째인 사람이 속하는 계급은 어디인가?



14. 중학교 1학년 1반과 2반 학생들의 윗몸일으키기 기록을 조사하여 만든 표이다. 다음을 구하여라.

회 수	도 수(명)		상대도수	
	1반	2반	1반	2반
이상 미만				
20 ~ 25	18	16	0.30	0.32
25 ~ 30	21	19	0.35	0.38
30 ~ 35	15	10	A	B
35 ~ 40	6	5	0.10	0.10
합 계	60	50	1.00	C

(1) A, B, C

(2) 2반에서 상대도수가 가장 큰 계급

(3) 20회 이상 25회 미만인 계급이 차지하는 비율이 높은 반 (이유)

15. 두 학급의 학생수가 45, 55명이고, 각 학급의 우등생의 상대도수가 각각  $x, y$ 일 때, 다음을 구하여라.

반	학생 수	상대도수
1반	45	$x$
2반	55	$y$

(1) 각 반의 우등생의 수

(2) 두 학급의 전체학생에 대한 우등생의 상대도수

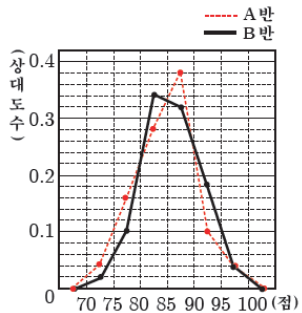


16. 다음 표는 수돌이네 반 학생들의 수학성적을 조사하여 나타낸 것이다. 전체 학생 수가 될 수 있는 최소값을 구하여라.

수학성적(점)	상대도수
50이상~60미만	$\frac{1}{8}$
60~70	$\frac{1}{3}$
70~80	$\square$
80~90	$\frac{1}{6}$
90~100	$\frac{1}{8}$

17. A, B 두 학교의 전체 도수의 비가 4:3이고, 어떤 계급의 도수의 비가 3:2일 때, 그 계급의 상대도수의 비를 구하여라.

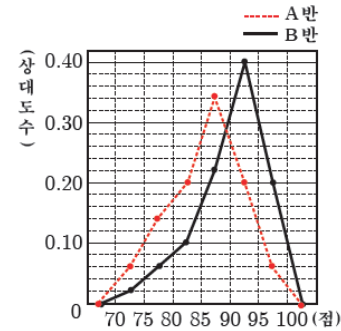
18. 다음 그림은 K중학교 A반과 B반 학생들의 수학 성적에 대한 상대도수를 반올림하여 나타낸 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프이다. A반과 B반의 계급별 인원 집중도에 대하여 B반이 A반 보다 상대적으로 인원이 많은 계급의 계급값을 모두 구하여라.



100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

19. 집 앞의 사거리에 우회전 하는 차가 몇 대 있는지 평일 오전 8시부터 9시까지 1시간 동안 조사해보았더니 1시간 동안 총 350대 중에서 60대가 우회전을 하였다. 토요일에는 차량의 양이 줄어서 집 앞의 사거리에 1시간 동안 총 300대가 지나갔었다. 같은 비율로 차가 우회전을 한다고 하면 약 몇 대가 우회전을 하였는지 구하여라.

20. 다음 그림은 중학교 1학년 A, B반의 수학 성적에 대한 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프이다. B반에서 90점 이상인 학생이 A반으로 이동했다면 몇 점 이상의 성적을 받는다고 볼 수 있는가?



21. 다음 표는 어느 학급의 수학 성적에 대한 상대도수의 분포표의 일부이다. 이 학급의 총 도수를 구하여라.

계급(점)	도수	상대도수
30 이상 ~ 40 미만	4	0.08
40 ~ 50	1	
50 ~ 60		
60 ~ 70		

22. 아래 표는 어느 중학교 1학년, 2학년, 3학년 학생의 혈액형을 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 다음 물음에 답하여라.

학년 \ 혈액형	1	2	3
A형	10	15	9
B형	16	16	8
AB형	6	9	6
O형	8	10	7
합계	40	50	30

(1) 표에서 O형의 상대도수가 가장 큰 것은 어느 학년인가?

(2) 전 학년의 혈액형과 비교할 때, 1학년에는 어떤 혈액형이 많다고 볼 수 있겠는가?

23. 다음 표는 어느 가정의 올해 1년 동안의 지출 내역비를 조사한 것이다. 내년에는 올해보다 식비가 10%, 교육비가 20%, 세금의 10%만큼 각각 오르고, 문화비만  $x\%$ 만큼 내릴 때, 내년도의 총지출이 올해보다 10%만큼 증가한다면 문화비는 몇  $x\%$ 만큼 내려야 하는가?

식비	교육비	문화비	세금	총지출액
700	800	400	500	2400

(단위 : 만 원)

24. 다음은 A 중학교 학생 40명과 B 중학교 학생 50명의 수학성적에 대한 도수분포표이다.

학생(명) \ 계급(점)	30 <sup>이상</sup> ~ 40 <sup>미만</sup>	40 ~ 50	50 ~ 60	60 ~ 70	70 ~ 80	80 ~ 90	90 ~ 100	합계(명)
	A 중학교	2	3	$y$	13	$x$	4	2
B 중학교	1	5	$z$	16	11	5	3	50

70 이상~80 미만인 계급의 A 중학교 학생의 상대도수가 0.2일 때,  $x, y, z$ 의 값은 얼마인가?

## 도전문제

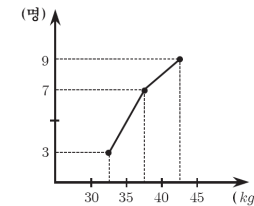
1. 다음은 학생 20명의 국어와 수학의 주관식 시험 결과로 만든 상관표이다. 국어는 세 문항을 출제하여 배점을 A문항은 1점, B문항은 2점, C문항은 3점으로 하고, 수학은 두 문항을 출제하여 배점을 똑같이 2점으로 하였다. 국어에서 두 문항을 맞춘 학생은 모두 10명 일 때, 다음을 구하여라.

국어(점) \ 수학(점)	1	2	3	4	5	6	합계
4		1	2	3	2	1	9
2	1	2	4	1	2	1	11
합계	1	3	6	4	4	2	20

(1) A문항을 맞춘 학생들의 수

(2) 국어에서 한 문항만 맞춘 학생들의 수학 성적의 평균을  $M$ 점이라 할 때,  $M$ 이 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

2. 다음은 어느 중학교 1학년 1반 학생의 몸무게를 조사하여 만든 도수분포표와 도수분포다각형의 일부이다. 계급 45~50의 도수를  $a$ , 계급 50~55의 도수를  $b$ 라 하면  $b < a$  이고, 두 수  $a$ 와  $b$ 의 최소공배수가 36일 때,  $a$ 의 값은 얼마인가?



몸무게(kg)	도수
30 <sup>이상</sup> ~ 35 <sup>미만</sup>	
35 ~ 40	
40 ~ 45	
45 ~ 50	$a$
50 ~ 55	$b$
55 ~ 60	2
합계	42

3. 다음 표는 주머니에 흰 구슬 100개를 넣고 검은 구슬과 같이 넣어 잘 섞은 후 몇 개의 구슬을 꺼내어 흰 구슬과 검은 구슬이 나온 개수를 5번 반복하여 조사한 것이다. 검은 구슬의 개수를 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5
흰 구슬(개)	2	3	1	3	1
검은 구슬(개)	39	42	36	45	38

4. 다음 표는 중학교 1학년 A반과 B반에서 국어, 영어, 수학 성적이 90점 이상인 학생 수의 비를 나타낸 것이다. A반과 B반의 학생 수의 비는 3:2일 때, A반과 B반을 합하여 국어, 영어, 수학 성적이 90점 이상인 학생 수의 비를 구하여라.

	국어	영어	수학
A반	3	1	4
B반	1	2	1

100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

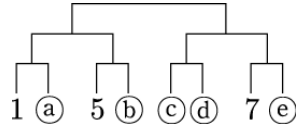
5. 다섯 학생 중에서 한 명씩을 빼 나머지 4명의 수학적성의 평균을 각각  $a, b, c, d, e$ 라 할 때,  $a, b, c, d, e$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 8이고  $a, b, c, d, e$ 의 평균은 73이다. 다섯 학생들의 수학적성의 평균을  $m$ , 최고점수와 최하점수의 차를  $n$ 라 할 때,  $m+10n$ 의 값은 얼마인가?

[사고력 퀴즈와 퍼즐]

1. 8 명이 참가한 탁구 경기가 토너먼트로 진행되는데 그 동안의 경기 성적으로 선수들에게 각각 1, 2, ..., 8의 번호를 매긴 다음 규칙으로 대진표를 작성하였다.

- (1) {1, 2, 3, 4}에 속한 선수는 {5, 6, 7, 8}에 속한 선수와 첫 게임을 한다.
- (2) 1과 2는 4장에서 만나지 않는다. 마찬가지로 3과 4, 5와 6, 7과 8은 4장에서 만나지 않는다. 이와 같은 규칙으로 아래와 같은 대진표를 작성하여 1, 5, 7의 위치를 확정하였다.

이때,  $100a + 10b + c$ 의 최대값은 얼마인가?



[생활 속의 수학]

1. 출구조사와 당선가능성

수돌이와 학돌이가 서울 시장에 출마하여 선거를 실시한 후 출구조사해 보니 다음과 같았다. 누가 당선될 확률이 높은가? 빈칸에 지지인원과 지지율 합을 계산하여 판단하여라.

	수돌이 지지율			학돌이 지지율		
	조사대상(명)	지지율	지지인원	조사대상(명)	지지율	지지인원
송과구	600	30%		40	25%	
강동구	200	40%		600	35%	
합	800			640		

## [읽을거리]

## 1. 통계의 시작

17세기에서 18세기에 걸쳐서 프랑스에서는 파스칼, 페르마, 드 무아브르, 라플라스 등에 의하여 확률론이 발달하였다. 우연으로 보이는 현상을 수학적으로 관찰, 처리하는 방법이 발달하게 된 것이다. 우연에 대한 이러한 연구는 복잡하게 보이는 사회 상황을 계통적으로 기술하여 어떤 규칙을 찾아내는 길을 열게 되었다.

그 당시는 인구가 늘고, 무역도 활발해지던 시기였다. 대서양을 횡단하는 무역상들은 배를 타고 떠나기 전에 보험을 들었다. 보험을 드는 사람은 당연히 불입액은 적으면서 사고가 났을 때는 많은 금액을 타는 보험을 원한다. 반면에 보험회사의 입장에서는 사고로 지출하는 돈보다 들어오는 불입액이 더 많아야 한다. 그러면 어떤 기준으로 불입액과 보험금을 정할까?

보험은 18세기에 들어서 성행하기 시작하였는데 이때는 이미 확률론에 기초한 통계가 발달하였던 것이다.

영국의 그랜트(Graunt, 1620~1674)는 상인으로, 1662년 「사망표에 관한 자연적 및 지역적 관찰」에서 교회의 기록에 의거하여 처음으로 사망표를 작성하였다. 남녀의 출생아 수, 결혼의 상황 등에 대하여 기록, 정리, 비교하여 각각의 수량에 대하여 관찰하였다. 그 관찰에 입각하여 사회 현상 중에 있는 어떤 규칙성을 알아내려고 하였다.

페티(Pdttty, 1623~1687)는 그랜트의 연구를 발전시켜 인구 통계표를 만들고 전 지구상의 인구를 3.6억이라고도, 천문학자 핼리(Halley, 1656~1742)도 인구 통계표를 작성하였는데, 핼리의 사망표에 의하여 보험료를 산출하는 새로운 보험 회사가 18세기 중엽에 생겨났다.

18세기에는 유럽 각국에서 통계학이 발달하였는데, 확률론에 입각하여 통계학을 과학으로 체계화한 학자는 벨기에의 케틀레(Quetelet, 1796~1874)이다. 그는 확률의 이론을 사회 현상의 통계적 연구에 적용하여 업적을 남겼다.

이와 같은 연구들에 힘입어 보험을 출발로 하여 통계학은 발달하기 시작한 것이다.

20세기에 들어서면서 추측 통계학이 연구되기 시작하였다. 즉 대상이 되는 모든 자료를 조사하지 않고 일정한 양의 자료만(이것을 표본이라고 한다.) 조사하여 전체에 대한 추측을 하는 것이다. 예를 들면, 공장에서 만드는 바지의 허리 사이즈를 정할 때, 모든 국민의 허리 사이즈를 재지 않고 적절한 인원수의 사람(표본)에 대한 허리 사이즈만을 조사하여 전 국민의 허리 사이즈를 추측하는 것이다.

이와 같이 어떤 자료에 대한 통계를 낼 때, 전체를 대상으로 하는 경우와 일정한 표본을 대상으로 하는 경우가 있다. 인구 센서스 같은 조사는 전체를 대상으로 하는 것이고, 여론조사 등은 일부를 대상으로 하는 것이다.

알고자 하는 내용을 가장 정확하게 파악하려면 대상 전체에 대하여 조사하면 된다. 그러나 그 대상 전체가 몹시 클 때는 정확성을 대가로 감당할 수 없는 일이 일어나게 된다.

예를 들어 보자. 대통령 선거가 한 달이 남았는데 여론 조사를 하려고 한다. 이때, 전 국민을 대상으로 여론조사를 한다면 어떤 일이 벌어질까? 물론 선거를 직접 하는 것만큼이나 정확한 여론 조사는 가능하다. 그런데 전 국민을 대상으로 하는 여론조사는 얼마나 걸릴까? 여론조사는 일일이 조사원이 다니면서, 혹은 전화로 해야 하므로 선거처럼 하루에 끝나지 않는다. 따라서 여론 조사가 끝났을 때는 이미 선거도 끝났을 수 있다.

## 100 문제를 주는 것보다 원리를 가르칩니다!

또, 자동차를 만드는 공장에서 자동차가 충격에 얼마나 견디는지 알아보기 위해 실험을 할 때, 생산된 모든 자동차에 대하여 이런 실험을 하면 어떻게 될까? 결과는 정확하게 나올지 몰라도 팔 수 있는 자동차는 한 대도 없을 것이다.

이와 같이 추측통계학에서는 적당한 수의 표본을 대상으로 조사한 후 어떤 오차의 범위 내에서 결과를 분석하는 것이 몹시 중요해진다.