

100 문제를 푸는 것보다 **원리**를 가르칩니다!
문제를 푸는 것보다 문제를 푸는 **1가지**

초3 · 초4 수학적 사고 시스템 및 이론 확립

스토리텔링 · 영재교육원 · 국제중 대비서

수학 원리 탐구 V 하 퍼즐

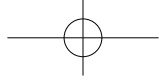
Mathematics
the Discovery of Dharma series V

저자 | 최 경호 지음 초등 원리편

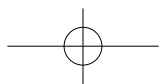
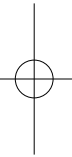
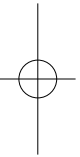


홈페이지(www.m1239.com) 동영상 강의 및 풀이

원리탐구



중상위권 학생들에게
원리탐구로 수학을 재미있고 정확·신속하게 풀게 하여
즐거워 꿈에 도전하자!





머리말

2005년부터 펴내기 시작한 원리탐구 시리즈를 수학 원리탐구 5권과 도전 원리탐구 4권, 총 9권으로 대상 학생에 맞게 개편하였습니다.

수학 원리탐구 5권(I·II·III·IV·V)은 기존의 수학 원리탐구 내용의 보강과 변화를 하여 수학 원리탐구 I·II·III·IV로 하였고, **초등학교 저학년을 위한 원리탐구 V를 새롭게 추가 발행하였습니다.**

공부대상은 수학 원리탐구 I·II·III·IV·V는 초·중학생의 수학적 사고 시스템과 이론 확립에, 도전 원리탐구 A·B·C·D는 중·고등학생의 고난이도 수학적사고력 및 이론 확립에 중점을 두었습니다.

따라서 고등학교에서 문과를 지망하는 학생은 신판 수학 원리탐구 I·II·III·IV·V까지 공부하면 되고, 특목고 및 이과 지망생은 도전 원리탐구 A·B·C·D를 공부하면 됩니다.

수학 원리탐구 I·II·III은 초6·중학생을 대상으로 문자를 사용하여 등식을 이용하는 단계이며, **수학 원리탐구 IV·V는 문자를 사용하기 이전의 단계입니다.**

초등학교 2·3·4학년을 대상으로 하는 원리탐구 V는 초등학교 저학년이 알아야 할 **수학의 원리와 수학퍼즐**을 통하여 **수학을 재미있게 즐길 수 있도록** 하는데 중점을 두었습니다. 따라서 매 강마다 수학퍼즐을 두어 퍼즐을 통하여 사고력·창의력·계산력을 기를 수 있도록 하였습니다.

원리탐구시리즈를 출판하면서 처음 약속한 바와 같이 앞으로 질 높은 강의와 더 많은 노력을 통하여 더욱 이해하기 쉽고, 재미있는 수학 원리탐구가 될 수 있도록 계속적으로 보완·교정해 나갈 것을 약속드립니다. 이 책을 쓰는데 많은 도움을 주신 안 용태, 고 승진, 문 원기 선생님께 감사의 마음을 전합니다.

2009년 9월 저자 최 경호

개정판을 내면서

기존의 원리탐구 V에 일부 내용을 추가와 삭제 및 교정을 하여 유용한 수학 원리학습을 할 수 있도록 하였으며, 책의 크기를 B5에서 A4로 하여 글씨를 크게 하였습니다.

앞으로도 계속하여 더 재미있고 유용한 책이 되도록 하겠습니다.

2010년 8월 저자 최 경호

유색 보정판을 내면서

기존의 원리탐구 V의 일부내용을 추가와 삭제를 하고, 교재가 두꺼워 원리탐구 V(상), (하)권으로 나누었고, 디자인과 색을 넣어 더욱 보기 좋게 하였으며 효율적인 수학 원리학습을 할 수 있도록 하였습니다. 앞으로도 계속하여 더 재미있고 유용한 책이 되도록 하겠습니다.

2015년 1월 저자 최 경호





이 책의 차례

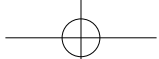
머릿말, 수학공부 어떻게 할 것인가?

강좌	단원	퍼즐	페이지
제1강	수평놀이	(라틴사각형)	9
제2강	복면산과 마방진	(계산퍼즐)	37
제3강	기수법과 숫자수수께끼	(사각형 나누기 퍼즐)	59
제4강	규칙 찾기와 유형 · 유추	(규칙 퍼즐)	9
제5강	개수세기와 도형	(성냥개비 퍼즐)	35
제6강	여러 가지 문제	(여러 가지 퍼즐)	63
제7강	공간감각	(미로 찾기)	85

입을 거니

제1강	1. 왜 '구구단'이라고 할까?/2. 곱하기를 나타내는 기호	34
제2강	1. 회문(PALINDROMES)놀이/2. 재미로 읽어보는 수에 얽힌 미신/ 3. 9·11테러와 11	56
제3강	1. 연필은 왜 12개로 묶어서 팔까?/2. 위치적 기수법의 기원/ 3. 가장 오래된 암호(스키테일 암호)	89
제4강	1. 프랙털 2. 나사의 외계 생명체 찾기 프로젝트	33
제5강	1. 왜 2월은 28일만 있을까? 2. 확률과 직업 세계	60
제6강	1. 유럽의 1층과 우리나라의 1층의 차이	84
제7강	1. 건축 현장에서 흔히 볼 수 있는 비스듬히 가로 지른 보조목	102





수학공부 어떻게 할 것인가?



흔히 우리 학생과 부모님(선생님)들은 너무도 효율보다는 양에 집착하여 수학문제를 많이 풀어야 하고 오랫동안 책상에서 바른 자세로 공부해야 하고 숙제가 많아야 하며, 공식을 잘 외우고 모르는 문제는 자주 질문을 해야 하며 복잡한 문제도 끝까지 노동을 해서라도 풀어야 한다는 생각을 가진 분이 의외로 많다. 또한 선생님은 자세하고 화려한 설명과 족집게 같은 적중률을 가져야 하며 질문에 아주 친절하고 자세하게 대답해야 유능한 선생이라고 생각하는 분들도 또한 의외로 많다. 이와 같은 생각을 시대의 변화, 개성의 존중, 효율성과 능률, 시험방식의 변화 등을 고려하여 다시 생각해보아야 한다.

현대의 사회는 이전의 사회와 비교해 많은 변화가 있어 이전의 시대와 다른 지식과 인재를 요구한다. 즉 (i) 정적인 사회에서 동적인 정보통신혁명기에 적응할 수 있는 새로운 지식과 상황적응력, 응용력을 가져야 한다. (ii) 일률적 획일적 사회에서 개성존중의 사회로 변화하므로 자신만의 독특한 성격과 특성을 더욱 발전시켜야 한다. (iii) 형식보다 실질을 중요하게 여기므로 형식과 격식에 얽매이지 말고 효율적이고 실질적인 공부를 하여야 한다. (iv) 따라서 이전의 객관식 단답형에서 주관식 서술형으로 더 나아가 논술구술문제, 심층면접 및 입학사정관제로 변함에 유의하여 공부 방법을 달리하고 변화에 민감하게 대처하지 않으면 자신의 능력을 충분히 발휘되지 않음을 명심하여야 한다.

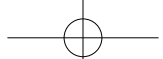
10여년의 수학강의와 상담을 통해서 공부를 잘하는 학생과 잘하지 못하는 학생들을 보면서 느꼈던 수학에 관한 생각과 경험을 하지 말아야 할 것 4가지(4불)와 해야 할 것 5가지(5행)로 구분하였다. 이것을 바탕으로 자신의 개성에 맞는 공부 방법을 터득해 나아갈 수 있기를 바란다.

[※ 4불의 (1) ‘같은 유형의 문제를 반복하여 많이 풀지 마라.’의 해결 방법은 5행의 (1) ‘생각을 많이 하라.’이다. 이와 같이 4불과 5행의 같은 번호를 연결하여 이해하기 바란다.]

1. 4불(不)

(1) 같은 유형의 문제를 반복하여 많이 풀지 마라.

시대가 빠르게 변화해 가므로 이 시대에 적응할 수 있는 창의력이 요구되고 개성이 존중되는 시대이다. 이것이 자신의 발전, 더 나아가 사회의 발전에 도움이 되기 때문이다. 같은 유형을 되풀이하여 풀다 보면 그 문제는 그렇게 풀어야 한다는 기계적인 습성이 붙게 된다. 비교적 난이도가 낮은 학교 시험에서는 고득점의 요인이 되겠지만, 심도 높은 시험에는 여러 각도로 응용되고 여러 원리가 융합되어 나오기 때문에 기계적인 학습에 의해 학교 시험은 100점을 맞아도 영재교육원·국제중·KMO등의 각종올림피아드·과학고를 비롯한 특목고 시험에 좋은 성적을 내지 못함을 많이 보았다. 수학은 기계적인 풀이를 요하는 과목이 아니다. 다양한 생각의 방법



을 탐구하고 이를 바탕으로 새로운 상황(문제)에 대처하는 능력을 기르는 학문이다. 당장의 시험점수에 연연하여 수많은 문제를 풀어 보는 것은 자칫 기계적인 인간을 만들어 창의력과 응용력을 죽이게 된다. 더 나아가 소중한 시간을 낭비하게 된다. 물론 수학에서 사칙연산이나 인수분해와 같은 기계적인 풀이가 필요한 부분도 다소 있다.

(2) 공식을 외우지마라.

수학은 암기과목이 아니라 생각하는 방법을 체계적으로 연구하고 새롭고 다양한 상황에 효율적이고 신속히 대응하는 방법(응용력과 창의력)을 연구하는 학문이다. 이러한 연구에 의해 얻어진 산물 중의 하나인 공식을, 나오는 과정 없이 외워서 문제풀이에 적용하면 난이도가 낮은 단순한 시험에서는 단기간에 성적이 오를 수 있지만, 비교적 난이도가 있는 차원을 달리하는 시험문제에서는 낭패를 보게 된다. 더 나아가 장기적으로 단순한 시험에서도 성적이 점점 떨어져 학년이 올라가면서 수학을 포기하게 된다. 그 다음의 결과는 어떻겠는가?

(3) 질문을 많이 하지마라.

흔히, 정적인 사회에서는 모르면 질문을 많이 그리고 빨리해서 짧은 시간에 많은 진도(양)를 이해·암기하여야 공부를 잘한다고 생각한다. 그러나 동적인 사회에서는 다양하고 깊이 있는 생각이 요구된다. 공부를 하다 모르는 부분이 있을 때 한번 생각하고, 그래도 모르면 또다시 생각하여 될 수 있는 한 혼자서 해결해야 한다. 모른다고 모르는 즉시 질문을 하게 되면 자신의 생각이 없어지며 생각의 깊이가 없어진다. 생각 없이 빨리 얻은 지식은 또한 빨리 잊게 마련이다.

(4) 노동하지마라.

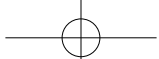
어려워 보이고, 잘 풀리지 않는 문제를 풀 때 흔히 단편 지식으로 처음부터 일명 노동으로 풀어서 많은 시간을 소요하여 푼 다음 만세를 부르는 학생이 있다. 차라리 그 시간에 나가 노는 편이 좋다. 어려워 보이고 잘 풀리지 않는 문제는 그 풀이 방법을 달리해 보는 습관을 길러야 한다. 어려운 문제라는 것은 그동안 알지 못한 지식이나 원리가 필요한 문제일 경우가 대부분이다. 따라서 다른 방법으로 풀려는 생각을 해야지 무턱대고 그동안 알고 있는 방법으로 단순 노동을 하지 말아야 한다.

2. 5행(行)

(1) 생각을 많이 하라.

많은 문제를 푸는 것이 아니라 많은 다양한 생각을 하여야 한다. 앞에서 언급하였듯이 수학은 다양하고 깊은 생각을 하는 학문이며 나아가 그를 통해서 새로운 문제를 해결하는 응용력과





새로운 것을 창조하는 능력을 기르는 학문이다. 많은 문제를 풀어 기계적인 생각을 하게 되는 것은 수학을 포기하는 행위이다. 많은 문제를 풀어서 그 중에 몇 문제가 나와 시험을 잘 보는 것보다는 **다양한 생각으로 어떠한 문제라도 풀 수 있는 능력을 기르는 것이 수학을 잘하는 비결임을** 알아야 한다.

단순하거나, 쉽게 풀 수 있는 문제는 정확하고 신속하게 푼 다음 어려운 문제에 많은 시간을 할애하여 생각을 깊게 하면 처음 적응하는데 시간이 걸리겠지만 습관이 되면 푼 문제의 수가 적고 시간이 덜 걸리더라도 고득점을 할 수 있으며 장기적으로 학년이 높아질수록 수학성적이 좋아지며, 놀 수 있는 시간이 많아진다. 즉 **많은 문제를 푸는 것보다 많은 생각을 하여야 한다.**

(2) 과정에 충실 하라.

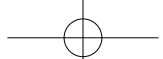
과정 없이 공식을 외워서 문제풀이에 적용하는 것은 자신의 지식이 되지 않는다. 조금이라도 변형된 문제나 응용력이 요구되는 문제가 나올 경우 당황하게 되고, 특히 평면에서 사용되는 공식은 나오는 과정에 대한 근원적인 이해 없이는 공간에 적용하지 못한다. 즉 지식은 많으나 그 지식을 어디에 어떻게 쓰는지 모르면 그 지식이 많아짐에 따라 뇌 속에서 그 지식은 쓰레기가 되어 공부를 점점 못하게 되는 요인이 된다. 우리 주위에 공부를 많이 했으나 공부를 점점 못해가는 학생을 흔히 볼 수 있다. 따라서 단순한 지식의 암기를 피하고 그 공식이 나오는 과정을 깊이 있게 생각해야 한다. 그 과정에 대한 이해는 차원이 다를 때 그 과정을 차원에 맞게 적용하여 스스로 공식을 만들 수 있고 변형된 문제가 나올 경우 과정을 변형하여 응용력을 기를 수 있다. 그래야만 진정한 자신의 지식이 되고 설령 공식을 잠시 잊었어도 생각하여 머릿속에서 공식을 만들어 내게 된다. 단순한 공식의 암기는 응용력과 창의력을 죽여 시간이 갈수록 점점 공부를 못하는 원인됨을 명심하고 그 과정에 충실하고 공식은 잊어버리는 것이 좋다.

(3) 혼자 해결하려 노력하고, 가르쳐 주는 습관을 가져라.

될 수 있는 한 모르는 부분은 혼자서 생각해보고 또 생각해봐야 하며 또한 관련 서적을 보거나 인터넷을 검색하여 해결하려고 노력해야 한다. 그래도 모르는 부분은 친구에게 물어보고 서로의 의견을 나누어 본 다음 해결되지 않을 때 **최후의 방법으로 선생님에게 질문**하여야 한다.

아직 지식의 양이 적고 생각하는 방법에 익숙하지 않은 저학년의 경우 혼자 해결하기에 시간이 많이 걸리겠지만 생각하는 방법을 일깨워주고, 모르는 것을 스스로 알아내는 방법을 가르쳐 주면 스스로 공부하는 습관이 길러져서 점점 질문의 양을 줄어나갈 수 있으며 그래야만 자신의 수학적 능력이 커지는 것이다.

또한 친구가 모르는 문제를 물어 왔을 때, 자신이 친구에게 가르쳐준다기보다는 토론의 대상이 되는 것이다. 가르치는 것은 두 번 배운 것과 같다는 말처럼 친구에게 가르쳐줌으로 해서 자신의 지식을 분명하게 하고, 그 부분에 대한 기억이 오래가며, 그 과정에서 논리력과 표현력이



항상됨을 잊어서는 안 된다. 즉 가르쳐준 만큼 친구에게 이익이 되어 자신이 손해(?)가 되는 것이 아니라 가르쳐준 만큼 친구도 이익이고 본인은 지식이 명확해지고 표현력이 좋아져 두 배의 이익이 된다.

(4) 왜냐고 의문을 가져라.

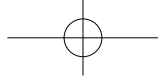
문제가 어렵고 복잡해 보일 경우 생각 없이 노동으로 풀지 말고, 이 문제는 왜 어려워 보일까? 노동 이외의 다른 풀이 방법이 없을까를 연구하고 여러 가지 푸는 방법을 생각해 보아야 한다. 수학은 언뜻 보기에 어려워 보이는 문제를 쉽게 푸는 방법을 연구하고 풀이를 만들어가는 학문임을 명심하고, 어려운 문제는 반드시 쉽고 간단히 푸는 방법이 있는데, 본인이 잘 알지 못하고 있는 경우가 많으므로 스스로 그 방법을 터득하는 습관을 길러야만, 실전에서 어떠한 어려운 문제가 출제되더라도 풀 수 있다는 자신감을 갖게 되며 진정한 실력자가 된다.

(5) 겸손하며 수학(선생님)을 좋아(존경)하라.

사회생활의 직업에서도 그 직업이 마음에 들지 않으면 성공하기 힘들듯이 아무리 뛰어난 학생이라도 그 과목의 선생님 또는 과목이 싫으면 그 과목 공부에 집중이 되지 않고 능률이 오르지 않는다. 따라서 그 과목의 공부를 잘하려면 선생님을 좋아하려 노력해야 하고 뒤에 이야기 하지만 선생님도 학생들이 좋아하도록 여러 가지 노력을 하여야 한다. 강의는 상호작용이므로 아무리 명 강의를 하여도 선생님이 싫으면 듣지 않고, 들려오지도 않는다. 한편 강의 실력이 좀 떨어지더라도 학생과 선생님 간에 신뢰가 생기면 내용이 머릿속에 잘 들어와 공부를 잘하게 된다. 따라서 선생님은 학생들에게 신뢰와 존경심이 들도록 항상 노력하고 학생들에게 애정 어린 관심과 조언을 하여야 하며, 학생은 설령 선생님이 거짓말을 하여도 참말처럼 들려야 공부를 잘 할 수 있다. 아무리 명강사라도 학생 스스로 선생님을 존경하려고 노력하고 노력을 하여도 되지 않으면 성적이 오르지 않을 것이므로 학원을 바꾸는 것이 좋다.

조금 안다고 남을 무시하고 선생님 설명을 듣지 않으면 아무리 좋은 두뇌라도 한계가 온다. 자신보다 저학년에게도 배울 수 있어야 하며 배우는 것을 부끄러워 말아야 한다. 항상 배우는 자세를 지녀야 자신이 발전한다. 공자님의 위대함은 자기보다 나이가 어리고 학문이 뒤진 사람에게도 배우는 자세를 가져야 한다고 강조한 것이다.



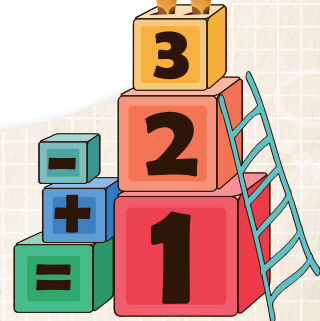


100 문제를 푸는 것보다 **원리**를 가르칩니다!
 100 문제를 푸는 **1가지**

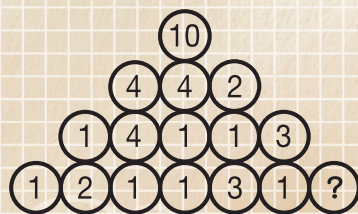
제4강

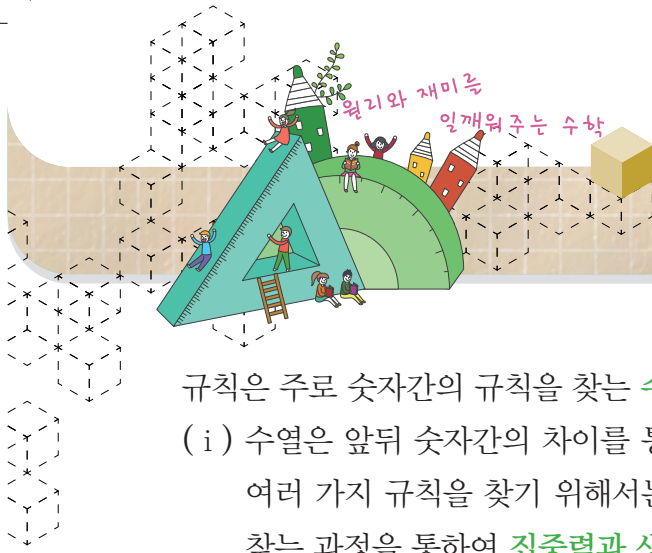
규칙 찾기
 유형 . 유추

규칙 퍼즐



V
 구
 합
 리
 연
 산





1. 규칙 찾기

규칙은 주로 숫자간의 규칙을 찾는 수열과 도형 간의 규칙을 찾는 유형과 유추로 나눌 수 있다.

(i) 수열은 앞뒤 숫자간의 차이를 통해 알아보는 것이 일반적이지만, 다양한 규칙이 있다. 따라서 여러 가지 규칙을 찾기 위해서는 다양한 생각이 필요하며, 상당한 주의력이 요구된다. 규칙을 찾는 과정을 통하여 집중력과 생각의 다양성을 기를 수 있다.

또한 규칙성을 찾아내 문제 풀이에 적용하면 숫자를 구할 때 일명 노동으로 풀었던 어려운 문제가 원리를 적용하여 쉽게 풀리며 계산이 훨씬 간단해진다.

(ii) 도형의 유형과 유추는 주어진 그림들을 비교하고 흐름을 파악하여 어떤 형태로 만들어 지는지, 또는 틀린 부분이 무엇인지를 추리하여 답을 구하는 과정에서 창의력과 추리력 및 수학적 상상력의 증진에 많은 도움을 준다.

1. 규칙 찾기

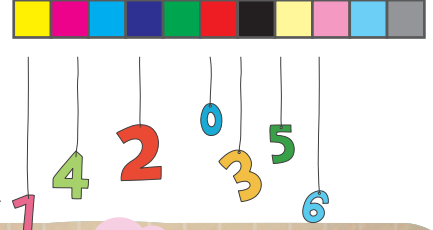
규칙 찾기에는 다음 사항을 주의하여야 한다.

(1) 각 수간의 차이를 구해 보고 다음을 알아본다.

- ① 숫자가 점점 커져가는 경우도 있지만 작아지는 경우도 있다.
- ② 간격을 두고 커져가거나 작아지는 경우도 있다.
- ③ 차이가 매우 커지는 경우는 거듭제곱(같은 수를 여러 번 곱하기)과 관계가 있을 수 있음에 주의하여야 하며, 특히 홀수로 증가하는 경우 제곱(같은 수를 두 번 곱하기)과 관계가 있다.

(2) 규칙이 일관되게 적용되어야 한다.

규칙을 적용함에 있어서 처음부터 끝까지 모두 같은 규칙이 적용되어야 하며 어느 한 부분이라도 적용이 되지 않으면 규칙이라고 볼 수 없다.



수학원리탐구

제4강 규칙 찾기와 유형·유추(규칙 퍼즐)



탐구예제

1

다음 수들의 규칙을 찾아 안에 알맞은 수를 넣어라.

(1) 1, 2, 4, 7, 11, , 22, ...

(2) 2, 4, 8, 16, 32, , 128, ...

(3) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, , 34, ...

(4) 18, 9, 20, 8, 22, 7, 24, 6, , , 28, 4, ...

풀이 ▶ 답 : (1) 16 (2) 64 (3) 21 (4) 26, 5

(1) 수가 커지는 규칙을 찾아보면 다음과 같다.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 4 & 7 & 11 & \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & & \\ +1 & +2 & +3 & +4 & & \end{array}$$

따라서 다음의 수는 $11+5=16$ 이다.

(2) 수가 커지는 규칙을 찾아보면 다음과 같다.

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 4 & 8 & 16 & 32 & \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & & \\ \times 2 & \times 2 & \times 2 & \times 2 & & \end{array}$$

32의 다음 수는 $32 \times 2 = 64$ 이다.

(3) 일명 피보나치수열로 세 번째 수부터 앞 두 수의 합이 뒤의 수이므로 21이다.

즉 $1+1=2$, $1+2=3$, $2+3=5$, $3+5=8$, $5+8=13$, $8+13=21$, ...

(4) 수가 다음과 같이 '작아졌다, 커졌다.'를 반복하고 있다.

$$\begin{array}{cccccccccccc} & +2 & & +2 & & +2 & & +2 & & & & & \\ & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & & & & \\ 18 & 9 & 20 & 8 & 22 & 7 & 24 & 6 & \boxed{26} & & \boxed{5} & & \\ & \curvearrowleft & & \curvearrowleft & & \curvearrowleft & & \curvearrowleft & & & & & \\ & -1 & & -1 & & -1 & & -1 & & & & & \end{array}$$

유제

1

다음 수들의 규칙을 찾아 안에 알맞은 수를 넣어라.

(1) 1, 3, 9, 27, , 243, ...

(2) 1, 4, 9, 16, 25, 36, , 64, ...

(3) 36, , 21, , 10, 6, 3, 1

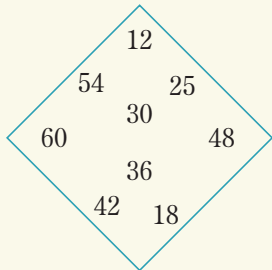


탐구예제

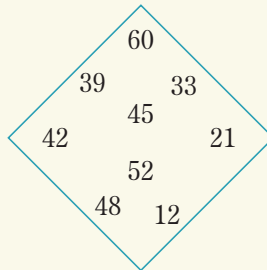
2

다음 수들 중에서 나머지 수와 다른 하나는 무엇일까?

(1)



(2)



풀이 답 : (1) 25

(2) 52

- (1) 25를 제외한 나머지 수들은 모두 짝수(2의 배수)이다.
- (2) 52를 제외한 나머지 수들은 모두 3의 배수(3으로 나누어떨어지는 수)이다.

※ 배수의 판별법

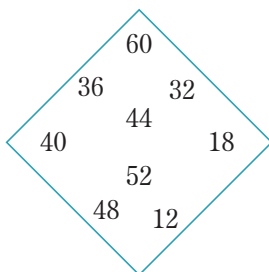
- (1) 일의 자리 수를 보는 경우
 - ① 2의 배수(짝수) : 일의 자리 숫자가 0, 2, 4, 6, 8인 수
 - ② 5의 배수 : 일의 자리 숫자가 0, 5인 수
- (2) 각 자리 수를 더해 보는 경우
 - ① 3의 배수 : 각 자리의 숫자를 더해서 3으로 나누어떨어지는 수
 - ② 9의 배수 : 각 자리의 숫자를 더해서 9로 나누어떨어지는 수
 (위의 증명은 원리탐구 Ⅲ에서 배운다.)

유제

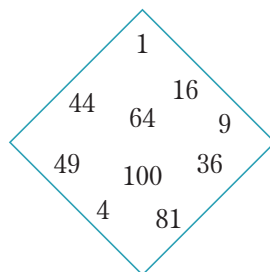
2

다음 수들 중에서 나머지 수와 다른 하나는 무엇일까?

(1)



(2)





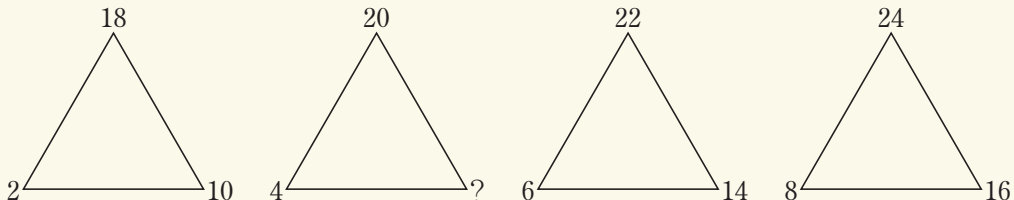
수학원리탐구



탐구예제

3

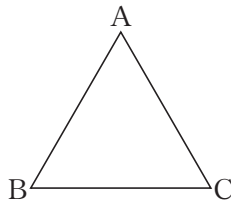
다음 삼각형이 규칙에 따라 이어지려면 물음표에는 어떤 숫자가 들어가야 할까?



풀이 ▶ 답 : 12

(해1) 첫 번째 삼각형부터 그 옆 삼각형으로 넘어가면서 아래 왼쪽 숫자 (2, 4, 6, 8), 다시 첫 번째 삼각형부터 그 옆 삼각형으로 넘어가면서 아래 오른쪽 숫자 (10, 12, 14, 16), 다시 첫 번째 삼각형부터 그 옆 삼각형으로 넘어가면서 위쪽 숫자 (18, 20, 22, 24)순으로 진행된다.

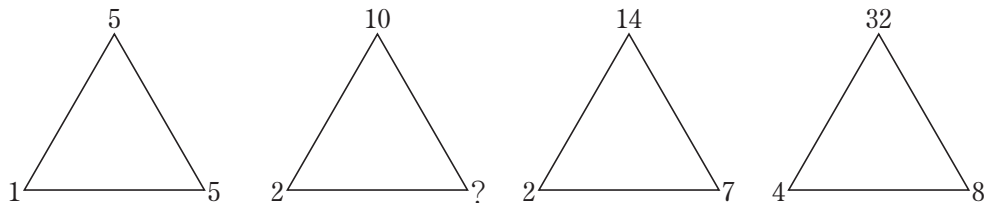
(해2) 다음과 같이 삼각형의 꼭짓점을 A, B, C라고 하면 $(A+B) \div 2 = C$ 이므로 $(20+4) \div 2 = 12$ 이다.



유제

3

다음 삼각형에서 수들의 규칙을 찾아 ?에 들어갈 수를 알아맞혀 보아라.

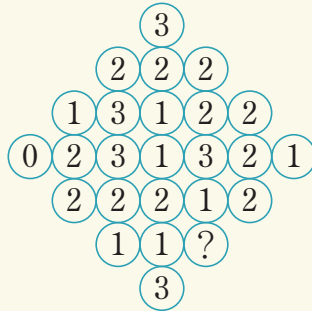




탐구예제

4

다음 그림은 숫자가 어떤 규칙을 따르고 있다. 물음표에는 어떤 숫자가 들어가야 할까?

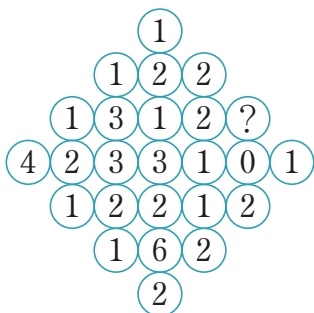


풀이 답: 4

가로줄의 숫자를 모두 더한 값은 맨 위 3을 시작으로 내려갈수록 3씩 커지다가, 정 가운데 줄 (0, 2, 3, 1, 3, 2, 1)을 기점으로 내려갈수록 3씩 줄어든다. 즉 가로줄의 합이 위에서 아래로 (3, 6, 9, 12, 9, 6, 3)이 된다. 따라서 $1+1+?=6$, $?=4$ 이다.

유제

4 다음 그림은 숫자가 어떤 규칙을 따르고 있다. 물음표에는 어떤 숫자가 들어가야 할까?





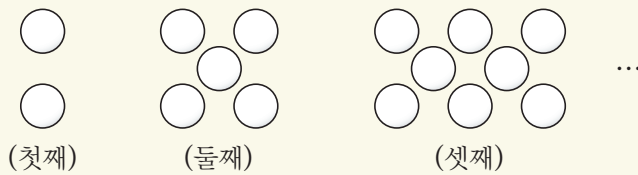
수학원리탐구



탐구예제

5

그림과 같이 일정한 규칙에 따라 바둑돌을 늘어놓았다. 29째 번 모양을 만드는데 필요한 바둑돌의 개수를 구하여라.



풀이 ▶ 답 : 86개

바둑돌이 처음 2개에서부터 시작하여 3개씩 늘어나고 있다. 이것을 표로 만들어 보면 다음과 같다.

1번째	2번째	3번째	4번째	...	29번째
2	2+3	2+3+3	2+3+3+3	...	2+ <u>3+3+...+3</u>
					28개
2+3×0	2+3×1	2+3×2	2+3×3	...	2+3×28

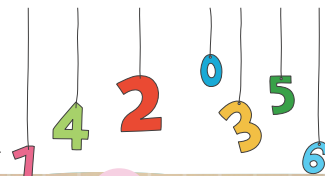
그러므로 29째 번의 바둑돌 수는 $2+3\times 28=2+84=86$ (개)이다.

유제

5

그림과 같이 일정한 규칙에 따라 바둑돌을 늘어놓았다. 29째 번 모양을 만드는데 필요한 바둑돌의 개수를 구하여라.





2. 도형의 유형과 유추



주어진 도형을 보고, 그들 사이의 변화된 부분을 찾아 그 다음 도형이 어떻게 될지 흐름을 찾고 추리하는 것을 도형의 유형과 유추라 한다. 다음은 많이 나오는 도형의 관계들이다.

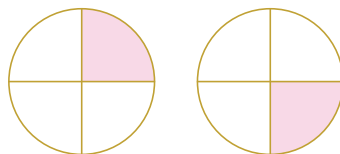
(1) 확대 또는 축소

같은 모양의 도형이 점점커지거나 작아지는 것을 확대 또는 축소라고 한다.



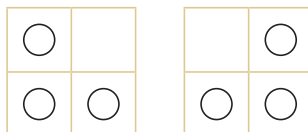
(2) 회전

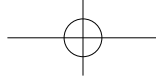
같은 모양의 도형이 시계방향이나 시계반대방향으로 45° , 90° , 135° , ...으로 돌아가는 것을 회전이라 한다.



(3) 대칭

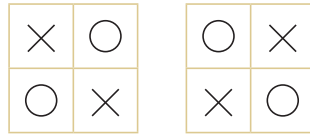
오른쪽과 왼쪽 또는 위와 아래가 중간을 중심으로 바뀌는 도형을 대칭이라 한다.





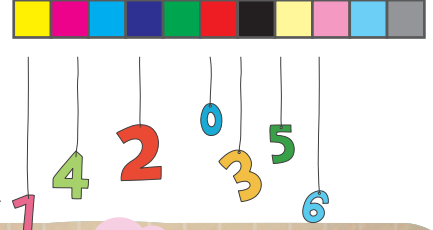
(5) 반전

하나의 도형이 서로 반대의 모양으로 바뀌는 것



(○는 ×로, ×는 ○로 바뀐다.)

이 외에도 여러 가지 도형의 유형과 유추가 있으며, 특히 이러한 관계가 혼합되어 나오는 경우가 많다.



수학원리탐구

























































제4강 규칙 찾기와 유형·유추(규칙 퍼즐)



탐구예제

7

다음 몇 가지의 도형의 유형과 유추가 있다. (가)모양이 (나)모양으로 바뀌었다. (다)는 어떤 모양으로 바뀌게 되겠는가?

(1)	 가	 나	 다	 ①	 ②	 ③	 ④	 ⑤
(2)	 가	 나	 다	 ①	 ②	 ③	 ④	 ⑤
(3)	 가	 나	 다	 ①	 ②	 ③	 ④	 ⑤
(4)	 가	 나	 다	 ①	 ②	 ③	 ④	 ⑤
(5)	 가	 나	 다	 ①	 ②	 ③	 ④	 ⑤
(6)	 가	 나	 다	 ①	 ②	 ③	 ④	 ⑤
(7)	 가	 나	 다	 ①	 ②	 ③	 ④	 ⑤

풀이 > 답 : (1) ② (2) ② (3) ④ (4) ③ (5) ③ (6) ⑤ (7) ①

- (1) 모양이 같고 축소되었다.
- (2) 모양이 같고 키졌으며 검은색으로 바뀌었다.
- (3) ^ 모양을 | 모양으로 바꾼 다음 90° 돌린다.
- (4) 모양이 같고 검은색으로 바뀌었다.
- (5) ○ 모양을 △ 모양으로 바꾸고, 키졌으며 검은색으로 바뀌었다.
- (6) ● 모양을 | 모양으로 바꾸고, 2개 늘어났다. 검은색으로 바뀌었다.
- (7) ♥ 모양이 ♣ 모양으로 바뀌고, 크기가 작아졌다.



유제

7 다음 몇 가지의 도형의 유형과 유추가 있다. (가)모양이 (나)모양으로 바뀌었다. (다)는 어떤 모양으로 바뀌게 되겠는가?

(1)								
	가	나	다	①	②	③	④	⑤
(2)								
	가	나	다	①	②	③	④	⑤
(3)								
	가	나	다	①	②	③	④	⑤
(4)								
	가	나	다	①	②	③	④	⑤
(5)								
	가	나	다	①	②	③	④	⑤
(6)								
	가	나	다	①	②	③	④	⑤
(7)								
	가	나	다	①	②	③	④	⑤



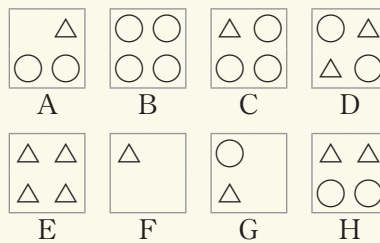
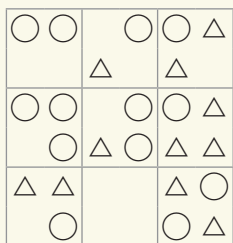
수학원리탐구



탐구예제

8

다음은 일정한 규칙에 따라 배열된 그림이다. 사각형 조합에서 빠진 부분을 A~H 중에서 찾아라.



풀이 ▶ 답 : A

가로와 세로 양쪽을 모두 살펴보면 세 번째 사각형의 내용물이 이전의 사각형 두 개의 내용물을 합해 얻은 결과라는 점을 알 수 있다. 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

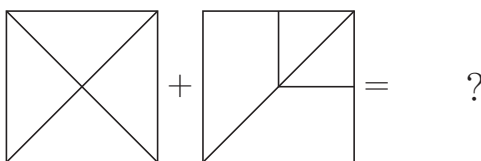
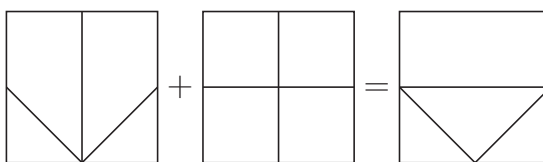
- (i) 원과 삼각형 하나는 그대로 남는다.
- (ii) 원 두 개는 삼각형으로 바뀐다.
- (iii) 삼각형 두 개는 원으로 바뀐다.

따라서 A이다.

유제

8

다음의 위의 그림을 유추하여 아래 그림의 ?에 알맞은 모양을 그려라.

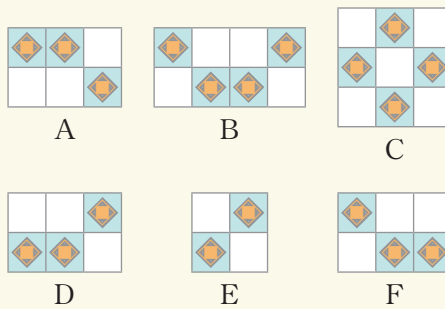
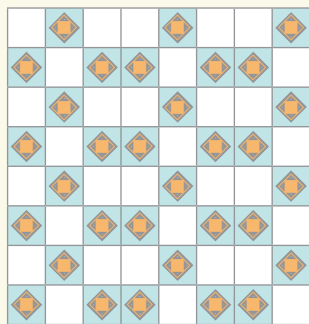




탐구예제

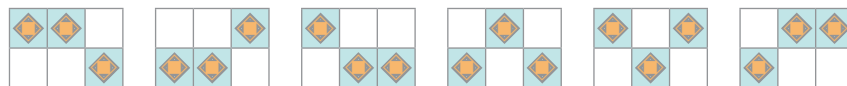
9

아래와 같은 무늬의 타일이 이어져 있다. 다음 오른쪽 중 어떤 무늬가 모여서 된 것인가? 모두 구하여라.



풀이 답 : A, D, F

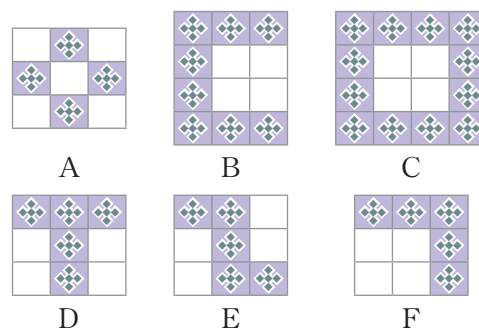
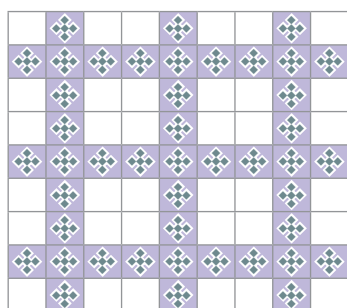
무늬의 일치여부는 같은 무늬를 오른쪽이나 왼쪽으로 옮겨서 일치하면, 다시 위나 아래로 옮겨서 두 방향이 일치할 때에만 같은 무늬가 연속된 것이다. 꼭 두 방향이 일치하는가를 점검하여야 한다. B, E는 상하로 연속하지만 좌우로는 연속한 것이 아니다. C는 좌우로 연속하지만 상하로는 연속한 것이 아니다. 주어진 무늬에서 반복되는 무늬를 찾아보면 다음과 같다. 따라서 A, D, F이다.

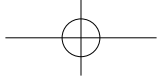


유제

9

아래와 같은 무늬의 타일이 이어져 있다. 다음 오른쪽 중 어떤 무늬가 모여서 된 것인가? 모두 구하여라.





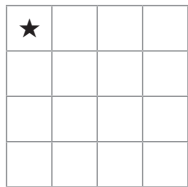
1 다음 수들의 규칙을 찾아 □ 안에 알맞은 수를 넣어라.

(1) 2, 4, 4, 6, 6, 8, 8, 10, □, □

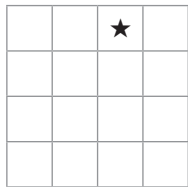
(2) 20, 11, 21, 10, 22, 9, 23, 8, □, □, ...

(3) 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13, 16, 17, □, □, ...

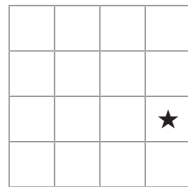
2 도형 속의 ★이 다음과 같은 방법으로 움직일 때, 일곱째 번 도형 속의 ★의 위치는 어느 것인가?



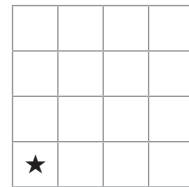
첫 번째



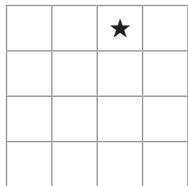
두 번째



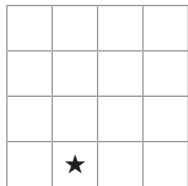
세 번째



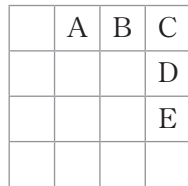
네 번째



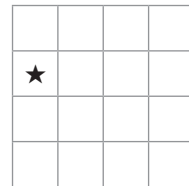
다섯 번째



여섯 번째



일곱 번째



여덟 번째

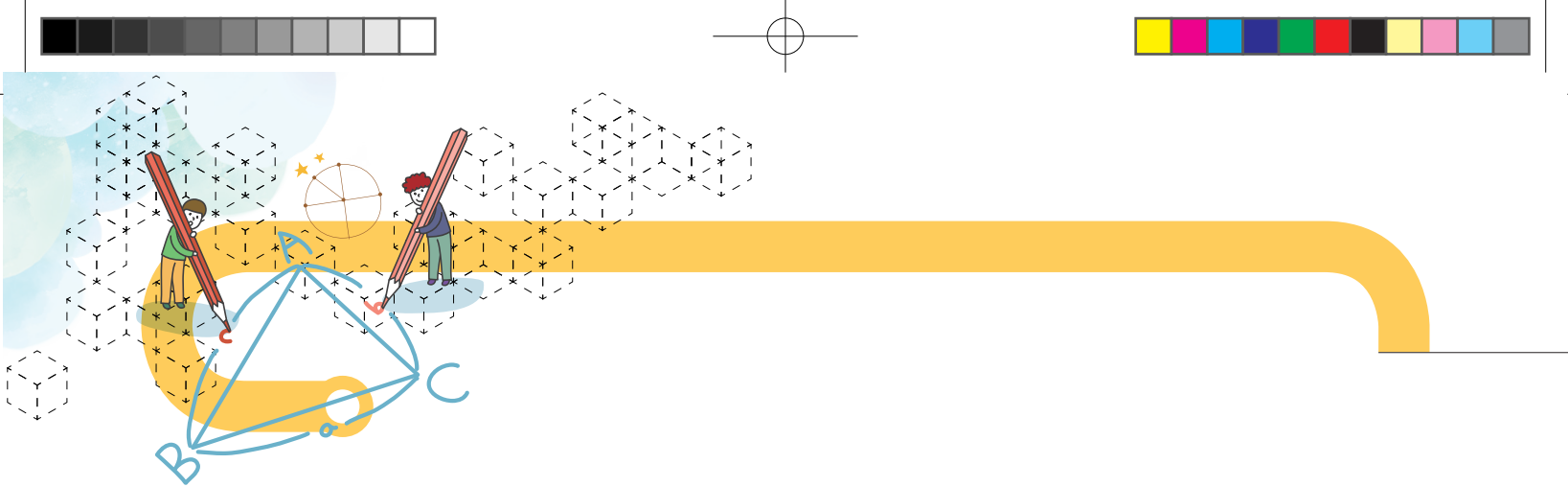
3 다음 수들 중에서 나머지 수와 다른 하나는 무엇인가?

(1)

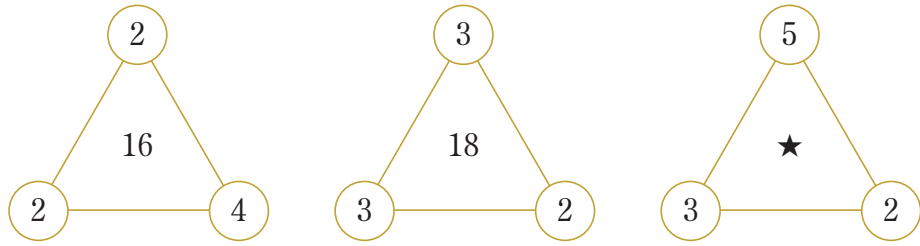
16	32	4	36
24	52	48	8
40	34	64	44
12	28	56	20

(2)

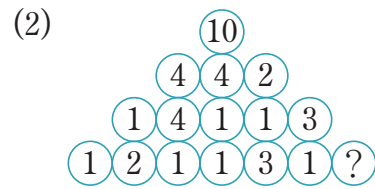
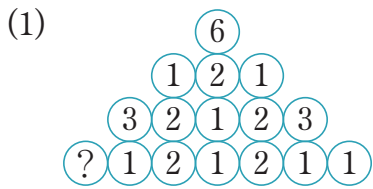
81	15	63	21
9	42	33	6
96	46	12	48
18	60	3	90



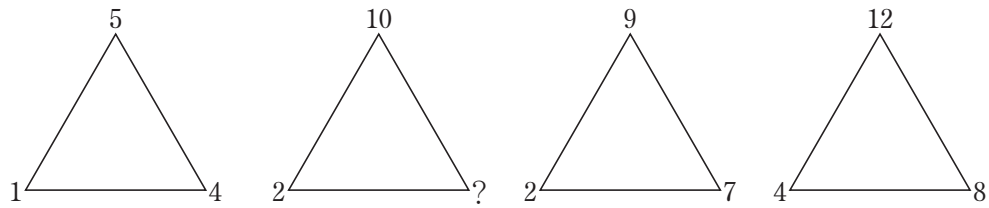
4 다음 삼각형에서 수들의 규칙을 찾아 ★에 들어갈 수를 알아맞혀 보아라.



5 그림의 숫자는 어떤 규칙에 따르고 있다. 물음표에는 어떤 숫자가 들어가야 할까?



6 다음 삼각형에서 수들의 규칙을 찾아 ?에 들어갈 수를 알아맞혀 보아라.



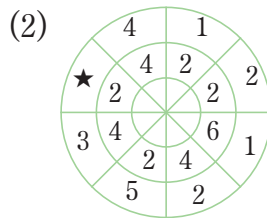
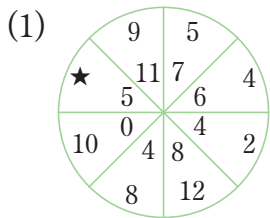


수학원리탐구

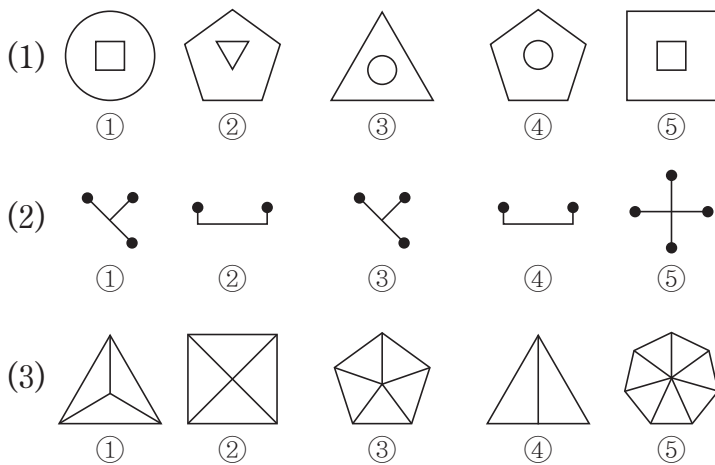


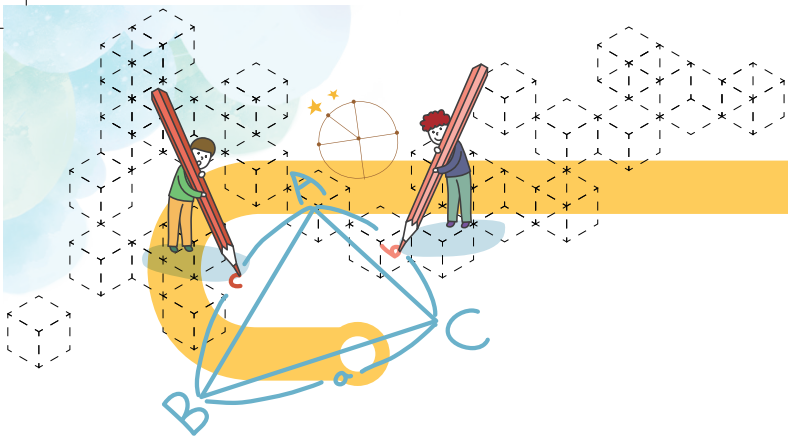
제4강 규칙 찾기와 유형·유추(규칙 퍼즐)

7 원을 다음과 같이 나누는 다음, 수를 규칙적으로 배열하였다. 규칙을 찾아 ★에 들어갈 수를 알아맞혀 보아라.

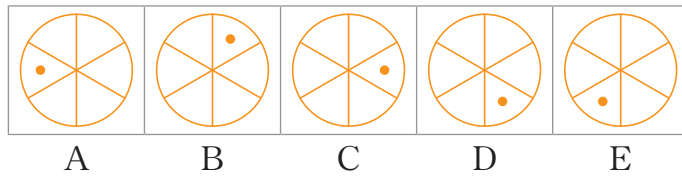
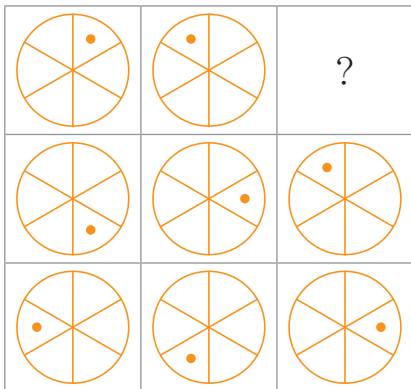


8 5개의 그림 중에서 나머지 4개와 공통점이 가장 적은 것은 어느 것인가? 그 이유도 써라.

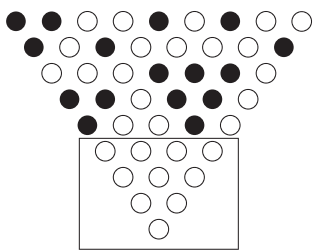




9 왼쪽 ?에 알맞은 도형을 오른쪽에서 찾아라.



10 다음과 같이 바둑돌을 늘어놓았을 때, 색칠한 부분에 올 바둑돌은 어떤 색인지 알맞은 색을 칠해 보아라.



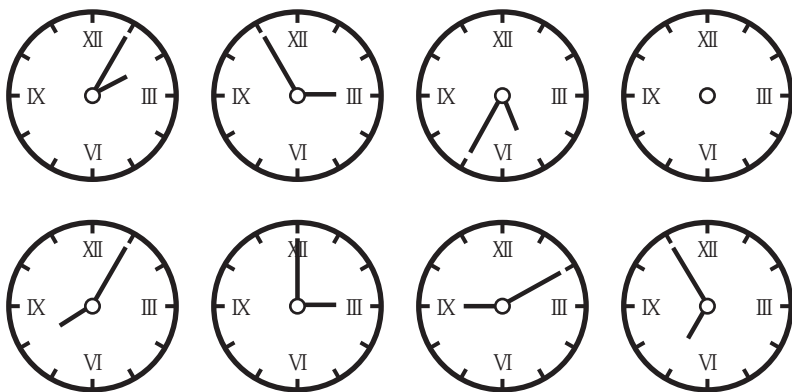


수학원리탐구

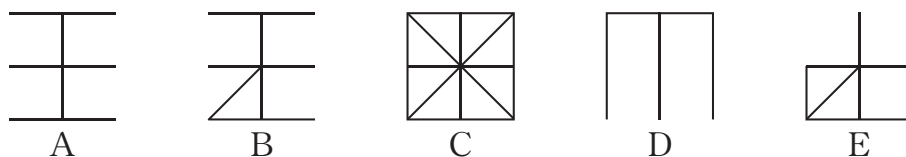
제4강 규칙 찾기와 유형·유추(규칙 퍼즐)



11 위의 시계들은 기묘한 논리에 따라 움직인다. 시계가 움직이는 규칙을 추론하여 네 번째 시계가 가리켜야 할 시각을 A~D 중에서 골라라.



12 다음과 같은 관계가 맞도록 A, B, C, D, E를 골라라.





퍼즐 종합문제 (규칙 퍼즐)

1 다음 중에서 공통점이 없는 것을 찾아라.

- (1)

A	B	C	D	E

- (2)

A	B	C	D	E

- (3)

A	B	C	D	E

- (4)

A	B	C	D	E

- (5)

<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>A</td><td>B</td></tr> <tr><td>D</td><td>C</td></tr> </table>	A	B	D	C	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>E</td><td>F</td></tr> <tr><td>H</td><td>G</td></tr> </table>	E	F	H	G	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>I</td><td>J</td></tr> <tr><td>L</td><td>K</td></tr> </table>	I	J	L	K	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>M</td><td>N</td></tr> <tr><td>Q</td><td>P</td></tr> </table>	M	N	Q	P	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr><td>Q</td><td>R</td></tr> <tr><td>T</td><td>S</td></tr> </table>	Q	R	T	S
A	B																							
D	C																							
E	F																							
H	G																							
I	J																							
L	K																							
M	N																							
Q	P																							
Q	R																							
T	S																							
A	B	C	D	E																				

제4강 규칙 찾기와 유형·유추(규칙 퍼즐)

2 다음 ?에 들어갈 알맞은 그림을 찾아라.

(1)

		?

A	B	C	D	E

(2)

		?

A	B	C	D	E

(3)

<table border="1"><tr><td>B</td><td>C</td></tr><tr><td>A</td><td>D</td></tr></table>	B	C	A	D	?				
B	C								
A	D								
<table border="1"><tr><td>A</td><td>C</td></tr><tr><td>B</td><td>D</td></tr></table>	A	C	B	D	<table border="1"><tr><td>C</td><td>B</td></tr><tr><td>D</td><td>A</td></tr></table>	C	B	D	A
A	C								
B	D								
C	B								
D	A								

<table border="1"><tr><td>A</td><td>C</td></tr><tr><td>B</td><td>D</td></tr></table>	A	C	B	D	<table border="1"><tr><td>D</td><td>B</td></tr><tr><td>C</td><td>A</td></tr></table>	D	B	C	A	<table border="1"><tr><td>B</td><td>C</td></tr><tr><td>A</td><td>D</td></tr></table>	B	C	A	D	<table border="1"><tr><td>B</td><td>A</td></tr><tr><td>D</td><td>C</td></tr></table>	B	A	D	C	<table border="1"><tr><td>A</td><td>C</td></tr><tr><td>B</td><td>D</td></tr></table>	A	C	B	D
A	C																							
B	D																							
D	B																							
C	A																							
B	C																							
A	D																							
B	A																							
D	C																							
A	C																							
B	D																							
A	B	C	D	E																				

(4)

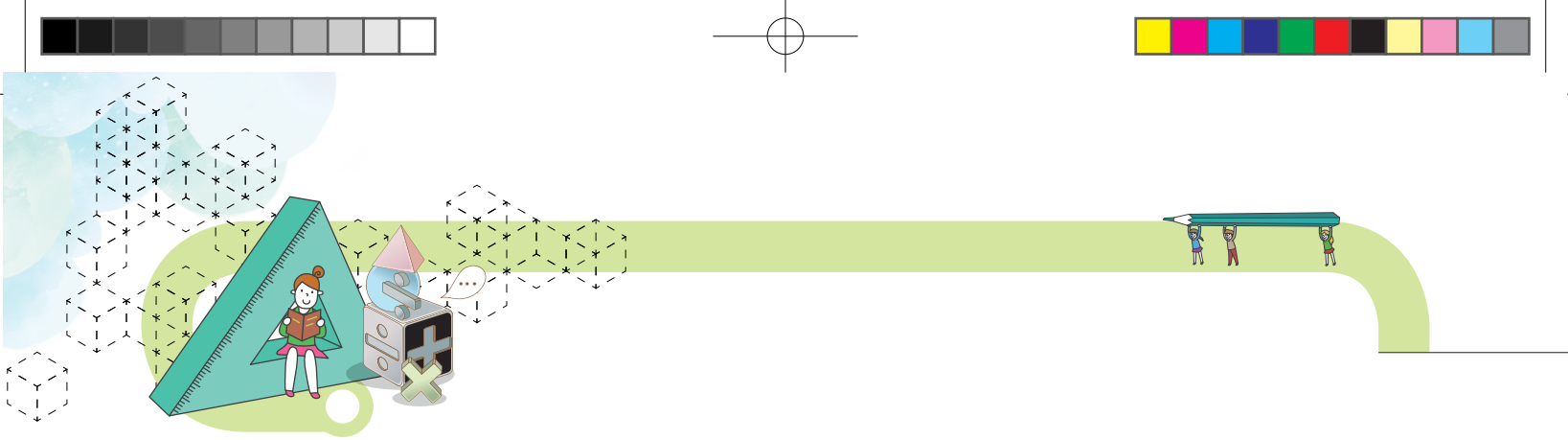
	?	

A	B	C	D	E

(5)

		?

A	B	C	D	E



3 다음에서 연속된 모양 다음에 올 모양은 어떤 것인가?

(1)

A	B	C	D

(2)

A	B	C	D

(3)

5	4	5	2	4	4	5
8	7	2	7	7	2	2
2	2	7	?	4	5	4
7	8	4		A	B	C
4	5	4				D
9						

(4)

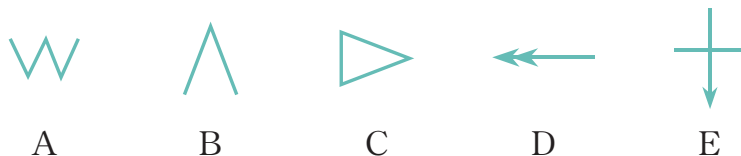
A	B	C	D	E	



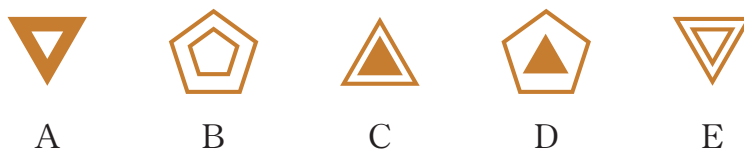
제4강 규칙 찾기와 유형·유추(규칙 퍼즐)

4 다음 유추를 완성하라.

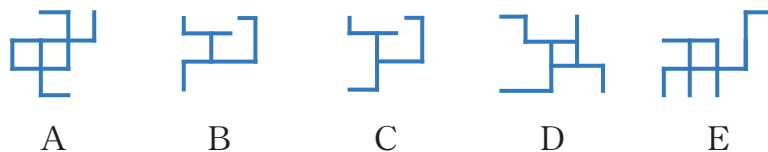
(1) 과 은 과 ? 의 관계와 같다.

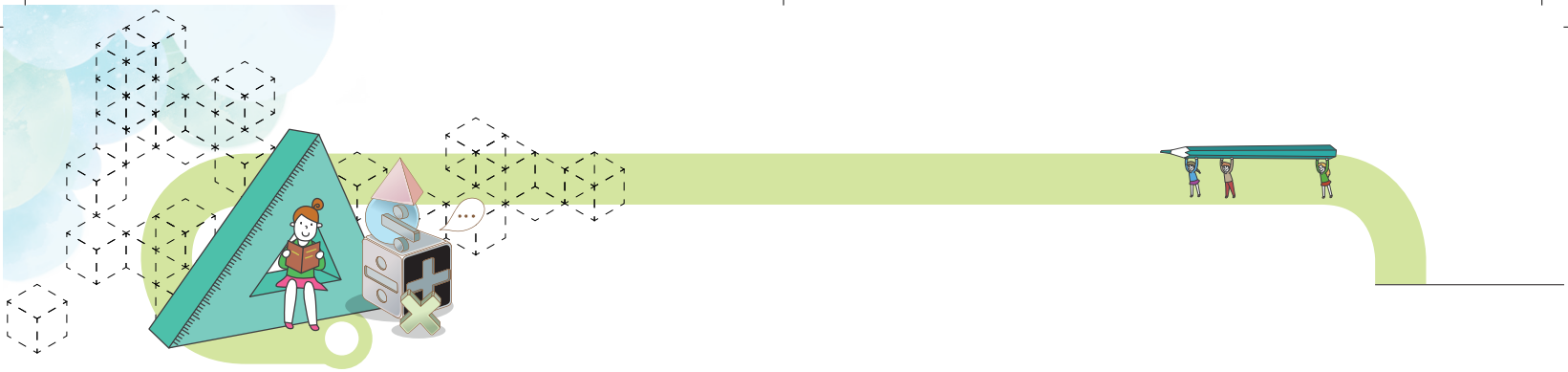
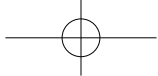


(2) 과 은 과 ? 의 관계와 같다.



(3) 과 은 과 ? 의 관계와 같다.





5 다음은 규칙에 따라 늘어놓은 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 그림을 답란에 그려 넣어라.

(1)

(2)

(3)

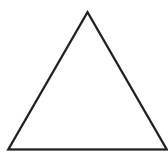


재미난 수학 이야기~

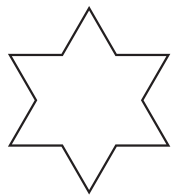
입을 거리

1. 프랙털

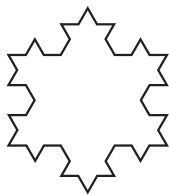
프랙털(fractal)은 고사리, 구름과 산, 은하 구조 등 자연과 우주 구조의 여러 현상에서 찾을 수 있어서 자연의 기하라고도 한다. 프랙털의 특징은 전체를 닮는 자기 닮음 구조를 끊임없이 반복하는 것이다. 다음 그림과 같이 정삼각형의 변형 과정을 계속 반복하면 눈송이 모양의 곡선이 얻어진다.



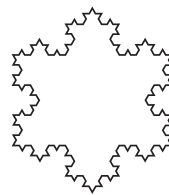
[단계 0]



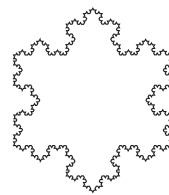
[단계 1]



[단계 2]



[단계 3]



[단계 4]

프랙털 이론은 자연의 여러 현상이나 복잡한 구조 속에 숨어 있는 규칙을 설명하는 도구로 많이 쓰인다. 최근 들어서는 이 이론을 활용하여 프랙털로 모형을 만드는 ‘프랙털 아트’가 미술의 한 분야로 자리 잡고 있다.

2. 나사의 외계 생명체 찾기 프로젝트

DES 암호는 자료 표준 암호라고도 합니다. 이 암호는 IBM의 암호 학자였던 호르스트 피스텔 박사에 의해 개발되었습니다. 그리고 1977년 미국 정부에서는 이 DES암호를 표준 암호 알고리즘으로 선택하기도 했습니다. 그런데 1999년 암호 전문가와 컴퓨터 공학자들이 1만여 대의 컴퓨터를 이용하여 약 22시간 만에 DES암호를 해독했습니다.

이렇게 DES암호가 더 이상 안전하지 않게 되자 암호 전문가들은 DES암호를 3번 더 실행시킨 3중 DES암호를 만들어 2000년부터 표준 암호로 다시 사용하고 있습니다.

이렇게 컴퓨터 한 대로는 풀 수 없는 문제를 여러 대의 컴퓨터가 모여서 협력 작업을 하면 아주 어려운 문제도 쉽게 해결할 수 있습니다.

우주에 생명체가 있는지 확인하는 SETI@home 프로젝트는 세계 여러 나라의 컴퓨터를 이용하고 있습니다. 미국 우주 연구 센터인 나사에서 수집한 행성들의 신호나 별빛은 외계에 생명체가 살고 있는 증거로 활용됩니다. 그러나 수백억 개의 행성으로부터 수집된 정보가 너무 많기 때문에 최초의 슈퍼 컴퓨터라 할지라도 외계 생명체를 분석하는 데 한



재미난
수학 이야기~

계가 있습니다. 그래서 전 세계 인터넷에 연결되어 있는 개인 컴퓨터에 협력 요청을 하였지요. 여러분의 컴퓨터를 켜놓고 사용하지 않을 때 우주 생명체 분석 프로그램이 구동되면서 수집된 자료를 분석합니다. 분석된 결과는 여러분이 컴퓨터를 다시 사용하면 나사의 SETL@home프로젝트 센터에 보내지게 됩니다.

여러분도 관심이 있다면 <http://www.seti.org/>에 접속해서 살펴보세요. 세티 프로그램을 다운받아 설치한 후 외계 생명체의 존재 여부를 나사에 연구진과 함께 확인해 보는 것은 어떨까요?

(출전: 놀이로 풀어보는 암호 세상2, 한선관 · 이철현 지음, 이치사이언스)