

100 문제를 푸는 것보다 **원리**를 가르칩니다!
문제를 푸는 것보다 **1가지** 문제를 푸는

초3 · 초4 수학적 사고 시스템 및 이론 확립

스토리텔링 · 영재교육원 · 국제중 대비서

수학 원리 탐구 V 상 퍼즐

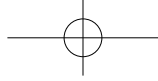
Mathematics
the Discovery of Dharma series V

저자 | 최 경호 지음 **초등 원리편**

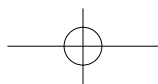
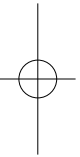


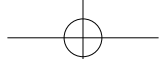
홈페이지(www.m1239.com) 동영상 강의 및 풀이

원리탐구



중상위권 학생들에게
원리탐구로 수학을 재미있고 정확·신속하게 풀게 하여
즐거워 꿈에 도전하자!





이 책의 차례

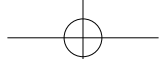
머릿말, 수학공부 어떻게 할 것인가?

강좌	단원	퍼즐	페이지
제1강	수평놀이	(라틴사각형)	9
제2강	복면산과 마방진	(계산퍼즐)	37
제3강	기수법과 숫자수수께끼	(사각형 나누기 퍼즐)	59

입을 거리

제1강	1. 왜 '구구단'이라고 할까? 2. 곱하기를 나타내는 기호	34
제2강	1. 회문(PALINDROMES)놀이 2. 재미로 읽어보는 수에 얽힌 미신 3. 9·11테러와 11	56
제3강	1. 연필은 왜 12개로 묶어서 팔까? 2. 위치적 기수법의 기원 3. 가장 오래된 암호(스키테일 암호)	89





수학공부 어떻게 할 것인가?



흔히 우리 학생과 부모님(선생님)들은 너무도 효율보다는 양에 집착하여 수학문제를 많이 풀어야 하고 오랫동안 책상에서 바른 자세로 공부해야 하고 숙제가 많아야 하며, 공식을 잘 외우고 모르는 문제는 자주 질문을 해야 하며 복잡한 문제도 끝까지 노동을 해서라도 풀어야 한다는 생각을 가진 분이 의외로 많다. 또한 선생님은 자세하고 화려한 설명과 죽집게 같은 적중률을 가져야 하며 질문에 아주 친절하고 자세하게 대답해야 유능한 선생이라고 생각하는 분들도 또한 의외로 많다. 이와 같은 생각을 시대의 변화, 개성의 존중, 효율성과 능률, 시험방식의 변화 등을 고려하여 다시 생각해보아야 한다.

현대의 사회는 이전의 사회와 비교해 많은 변화가 있어 이전의 시대와 다른 지식과 인재를 요구한다. 즉 (i) 정적인 사회에서 동적인 정보통신혁명기에 적응할 수 있는 새로운 지식과 상황적응력, 응용력을 가져야 한다. (ii) 일률적 획일적 사회에서 개성존중의 사회로 변화하므로 자신만의 독특한 성격과 특성을 더욱 발전시켜야 한다. (iii) 형식보다 실질을 중요하게 여기므로 형식과 격식에 얽매이지 말고 효율적이고 실질적인 공부를 하여야 한다. (iv) 따라서 이전의 객관식 단답형에서 주관식 서술형으로 더 나아가 논술구술문제, 심층면접 및 입학사정관제로 변함에 유의하여 공부 방법을 달리하고 변화에 민감하게 대처하지 않으면 자신의 능력을 충분히 발휘되지 않음을 명심하여야 한다.

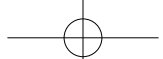
10여년의 수학강의와 상담을 통해서 공부를 잘하는 학생과 잘하지 못하는 학생들을 보면서 느꼈던 수학에 관한 생각과 경험을 하지 말아야 할 것 4가지(4불)와 해야 할 것 5가지(5행)로 구분하였다. 이것을 바탕으로 자신의 개성에 맞는 공부 방법을 터득해 나아갈 수 있기를 바란다.

[※ 4불의 (1) '같은 유형의 문제를 반복하여 많이 풀지 마라.'의 해결 방법은 5행의 (1) '생각을 많이 하라.'이다. 이와 같이 4불과 5행의 같은 번호를 연결하여 이해하기 바란다.]

1. 4불(不)

(1) 같은 유형의 문제를 반복하여 많이 풀지 마라.

시대가 빠르게 변화해 가므로 이 시대에 적응할 수 있는 창의력이 요구되고 개성이 존중되는 시대이다. 이것이 자신의 발전, 더 나아가 사회의 발전에 도움이 되기 때문이다. 같은 유형을 되풀이하여 풀다 보면 그 문제는 그렇게 풀어야 한다는 기계적인 습성이 붙게 된다. 비교적 난이도가 낮은 학교 시험에서는 고득점의 요인이 되겠지만, 심도 높은 시험에는 여러 각도로 응용되고 여러 원리가 융합되어 나오기 때문에 기계적인 학습에 의해 학교 시험은 100점을 맞아도 영재교육원·국제중·KMO등의 각종올림피아드·과학고를 비롯한 특목고 시험에 좋은 성적을 내지 못함을 많이 보았다. 수학은 기계적인 풀이를 요하는 과목이 아니다. 다양한 생각의 방법



을 탐구하고 이를 바탕으로 새로운 상황(문제)에 대처하는 능력을 기르는 학문이다. 당장의 시험점수에 연연하여 수많은 문제를 풀어 보는 것은 자칫 기계적인 인간을 만들어 창의력과 응용력을 죽이게 된다. 더 나아가 소중한 시간을 낭비하게 된다. 물론 수학에서 사칙연산이나 인수분해와 같은 기계적인 풀이가 필요한 부분도 다소 있다.

(2) 공식을 외우지마라.

수학은 암기과목이 아니라 생각하는 방법을 체계적으로 연구하고 새롭고 다양한 상황에 효율적이고 신속히 대응하는 방법(응용력과 창의력)을 연구하는 학문이다. 이러한 연구에 의해 얻어진 산물 중의 하나인 공식을, 나오는 과정 없이 외워서 문제풀이에 적용하면 난이도가 낮은 단순한 시험에서는 단기간에 성적이 오를 수 있지만, 비교적 난이도가 있는 차원을 달리하는 시험문제에서는 낭패를 보게 된다. 더 나아가 장기적으로 단순한 시험에서도 성적이 점점 떨어져 학년이 올라가면서 수학을 포기하게 된다. 그 다음의 결과는 어떨겠는가?

(3) 질문을 많이 하지마라.

흔히, 정적인 사회에서는 모르면 질문을 많이 그리고 빨리해서 짧은 시간에 많은 진도(양)를 이해·암기하여야 공부를 잘한다고 생각한다. 그러나 동적인 사회에서는 다양하고 깊이 있는 생각이 요구된다. 공부를 하다 모르는 부분이 있을 때 한번 생각하고, 그래도 모르면 또다시 생각하여 될 수 있는 한 혼자서 해결해야 한다. 모른다고 모르는 즉시 질문을 하게 되면 자신의 생각이 없어지며 생각의 깊이가 없어진다. 생각 없이 빨리 얻은 지식은 또한 빨리 잊게 마련이다.

(4) 노동하지마라.

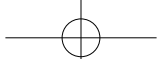
어려워 보이고, 잘 풀리지 않는 문제를 풀 때 흔히 단편 지식으로 처음부터 일명 노동으로 풀어서 많은 시간을 소요하여 풀 다음 만세를 부르는 학생이 있다. 차라리 그 시간에 나가 노는 편이 좋다. 어려워 보이고 잘 풀리지 않는 문제는 그 풀이 방법을 달리해 보는 습관을 길러야 한다. 어려운 문제라는 것은 그동안 알지 못한 지식이나 원리가 필요한 문제일 경우가 대부분이다. 따라서 다른 방법으로 풀려는 생각을 해야지 무턱대고 그동안 알고 있는 방법으로 단순 노동을 하지 말아야 한다.

2. 5행(行)

(1) 생각을 많이 하라.

많은 문제를 푸는 것이 아니라 많은 다양한 생각을 하여야 한다. 앞에서 언급하였듯이 수학은 다양하고 깊은 생각을 하는 학문이며 나아가 그를 통해서 새로운 문제를 해결하는 응용력과





새로운 것을 창조하는 능력을 기르는 학문이다. 많은 문제를 풀어 기계적인 생각을 하게 되는 것은 수학을 포기하는 행위이다. 많은 문제를 풀어서 그 중에 몇 문제가 나와 시험을 잘 보는 것보다는 **다양한 생각으로 어떠한 문제라도 풀 수 있는 능력을 기르는 것이 수학을 잘하는 비결임을** 알아야 한다.

단순하거나, 쉽게 풀 수 있는 문제는 정확하고 신속하게 푼 다음 어려운 문제에 많은 시간을 할애하여 생각을 깊게 하면 처음 적응하는데 시간이 걸리겠지만 습관이 되면 푼 문제의 수가 적고 시간이 덜 걸리더라도 고득점을 할 수 있으며 장기적으로 학년이 높아질수록 수학성적이 좋아지며, 놀 수 있는 시간이 많아진다. 즉 **많은 문제를 푸는 것보다 많은 생각을 하여야 한다.**

(2) 과정에 충실 하라.

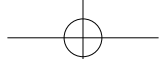
과정 없이 공식을 외워서 문제풀이에 적용하는 것은 자신의 지식이 되지 않는다. 조금이라도 변형된 문제나 응용력이 요구되는 문제가 나올 경우 당황하게 되고, 특히 평면에서 사용되는 공식은 나오는 과정에 대한 근원적인 이해 없이는 공간에 적용하지 못한다. 즉 지식은 많으나 그 지식을 어디에 어떻게 쓰는지 모르면 그 지식이 많아짐에 따라 뇌 속에서 그 지식은 쓰레기가 되어 공부를 점점 못하게 되는 요인이 된다. 우리 주위에 공부를 많이 했으나 공부를 점점 못해가는 학생을 흔히 볼 수 있다. 따라서 단순한 지식의 암기를 피하고 그 공식이 나오는 과정을 깊이 있게 생각해야 한다. 그 과정에 대한 이해는 차원이 다를 때 그 과정을 차원에 맞게 적용하여 스스로 공식을 만들 수 있고 변형된 문제가 나올 경우 과정을 변형하여 응용력을 기를 수 있다. 그래야만 진정한 자신의 지식이 되고 설령 공식을 잠시 잊었어도 생각하여 머릿속에서 공식을 만들어 내게 된다. 단순한 공식의 암기는 응용력과 창의력을 죽여 시간이 갈수록 점점 공부를 못하는 원인됨을 명심하고 그 과정에 충실하고 공식은 잊어버리는 것이 좋다.

(3) 혼자 해결하려 노력하고, 가르쳐 주는 습관을 가져라.

될 수 있는 한 모르는 부분은 혼자서 생각해보고 또 생각해봐야 하며 또한 관련 서적을 보거나 인터넷을 검색하여 해결하려고 노력해야 한다. 그래도 모르는 부분은 친구에게 물어보고 서로의 의견을 나누어 본 다음 해결되지 않을 때 **최후의 방법으로 선생님에게 질문**하여야 한다.

아직 지식의 양이 적고 생각하는 방법에 익숙하지 않은 저학년의 경우 혼자 해결하기에 시간이 많이 걸리겠지만 생각하는 방법을 일깨워주고, 모르는 것을 스스로 알아내는 방법을 가르쳐 주면 스스로 공부하는 습관이 길러져서 점점 질문의 양을 줄어나갈 수 있으며 그래야만 자신의 수학적 능력이 커지는 것이다.

또한 친구가 모르는 문제를 물어 왔을 때, 자신이 친구에게 가르쳐준다기보다는 토론의 대상이 되는 것이다. 가르치는 것은 두 번 배운 것과 같다는 말처럼 친구에게 가르쳐줌으로 해서 자신의 지식을 분명하게 하고, 그 부분에 대한 기억이 오래가며, 그 과정에서 논리력과 표현력이



항상됨을 잊어서는 안 된다. 즉 가르쳐준 만큼 친구에게 이익이 되어 자신이 손해(?)가 되는 것이 아니라 가르쳐준 만큼 친구도 이익이고 본인은 지식이 명확해지고 표현력이 좋아져 두 배의 이익이 된다.

(4) 왜냐고 의문을 가져라.

문제가 어렵고 복잡해 보일 경우 생각 없이 노동으로 풀지 말고, 이 문제는 왜 어려워 보일까? 노동 이외의 다른 풀이 방법이 없을까를 연구하고 여러 가지 푸는 방법을 생각해 보아야 한다. 수학은 언뜻 보기에 어려워 보이는 문제를 쉽게 푸는 방법을 연구하고 풀이를 만들어가는 학문임을 명심하고, 어려운 문제는 반드시 쉽고 간단히 푸는 방법이 있는데, 본인이 잘 알지 못하고 있는 경우가 많으므로 스스로 그 방법을 터득하는 습관을 길러야만, 실전에서 어떠한 어려운 문제가 출제되더라도 풀 수 있다는 자신감을 갖게 되며 진정한 실력자가 된다.

(5) 겸손하며 수학(선생님)을 좋아(존경)하라.

사회생활의 직업에서도 그 직업이 마음에 들지 않으면 성공하기 힘들듯이 아무리 뛰어난 학생이라도 그 과목의 선생님 또는 과목이 싫으면 그 과목 공부에 집중이 되지 않고 능률이 오르지 않는다. 따라서 그 과목의 공부를 잘하려면 선생님을 좋아하려 노력해야 하고 뒤에 이야기 하지만 선생님도 학생들이 좋아하도록 여러 가지 노력을 하여야 한다. 강의는 상호작용이므로 아무리 명 강의를 하여도 선생님이 싫으면 듣지 않고, 들려오지도 않는다. 한편 강의 실력이 좀 떨어지더라도 학생과 선생님 간에 신뢰가 생기면 내용이 머릿속에 잘 들어와 공부를 잘하게 된다. 따라서 선생님은 학생들에게 신뢰와 존경심이 들도록 항상 노력하고 학생들에게 애정 어린 관심과 조언을 하여야 하며, 학생은 설령 선생님이 거짓말을 하여도 참말처럼 들려야 공부를 잘 할 수 있다. 아무리 명강사라도 학생 스스로 선생님을 존경하려고 노력하고 노력을 하여도 되지 않으면 성적이 오르지 않을 것이므로 학원을 바꾸는 것이 좋다.

조금 안다고 남을 무시하고 선생님 설명을 듣지 않으면 아무리 좋은 두뇌라도 한계가 온다. 자신보다 저학년에게도 배울 수 있어야 하며 배우는 것을 부끄러워 말아야 한다. 항상 배우는 자세를 지녀야 자신이 발전한다. 공자님의 위대함은 자기보다 나이가 어리고 학문이 뒤진 사람에게도 배우는 자세를 가져야 한다고 강조한 것이다.





100 문제를 푸는 것보다 **원리**를 가르칩니다!
 100 문제를 푸는 것보다 **1가지 원리**를 가르칩니다!

제1강

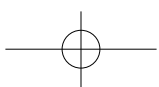
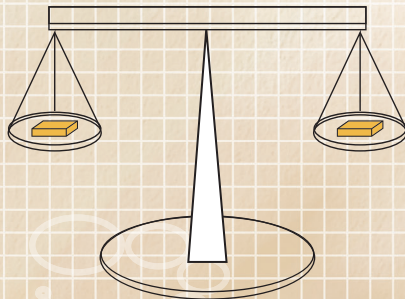


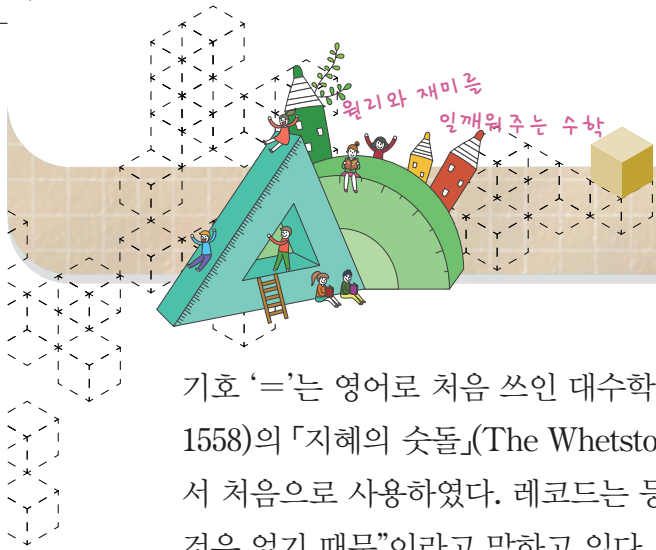
수평놀이

라틴사각형



V
구
합
리
원
하
수





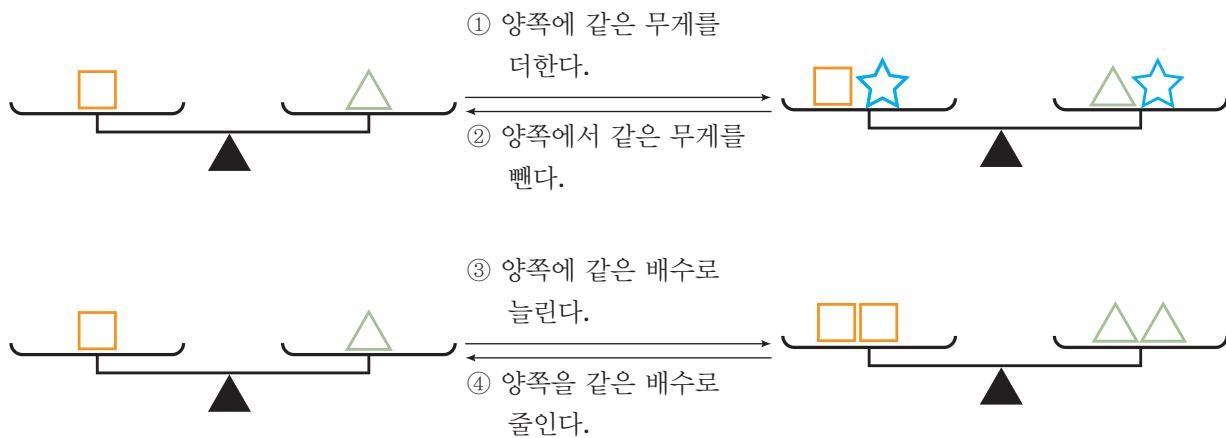
1. 수평놀이

기호 '='는 영어로 처음 쓰인 대수학 책인 영국의 수학자 로버트 레코드가(Robert Recorde; 1510~1558)의 「지혜의 숫돌」(The Whetstone of Witte; 1557)이라는 책에서 '서로 같음'을 나타내기 위해서 처음으로 사용하였다. 레코드는 등호로 '='을 사용하는 이유로서 "길이가 같은 평행선만큼 같은 것은 없기 때문"이라고 말하고 있다.

수평이란 수학기호로 '='로 표시하며, 등호라고 한다. 등호(=)의 오른쪽을 우변, 왼쪽을 좌변이라고 하며 **좌변과 우변이 같다**는 표시이다.

즉, $\square = \triangle$ 는 **\square 와 \triangle 는 같다는 것으로 \square 를 사용할 곳에 \triangle 를 또는 \triangle 를 사용할 곳에 \square 를 사용할 수 있다**는 뜻이기도 하다.

수평놀이를 함으로서 등호의 성질을 이해하고, 학년이 올라가면서 수학에서 매우 중요한 등호는 등식의 원리를 익히는데 많은 도움을 준다.



위의 그림을 통해서 알 수 있는 등식의 성질은 $\square = \triangle, a = b$ 라면 다음 4가지가 있다.

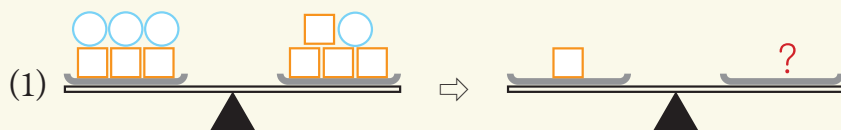
① $\square + \star = \triangle + \star$	$a + c = b + c$	양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.
② $\square - \star = \triangle - \star$	$a - c = b - c$	양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.
③ $\square \times \odot = \triangle \times \odot$	$a \times c = b \times c$	양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.
④ $\frac{\square}{\odot} = \frac{\triangle}{\odot}$ (단, $\odot \neq 0$)	$\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (단, $c \neq 0$)	양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.



탐구예제

1

같은 종류의 도형은 무게가 모두 같다고 한다. 왼쪽 저울이 수평이라고 할 때, 오른쪽 저울이 수평을 이루려면 ?에 ○ 몇 개를 올려놓아야 할까?



풀이 ▶ 답 : (1) 2개

(2) 5개

저울의 양쪽에 같은 것을 빼거나 더해도 평형을 이룬다.

(1) 왼쪽 저울 ○○○□□□ = □□□○에서 저울의 양쪽에 ○ 1개와 □ 3개를 뺀다.

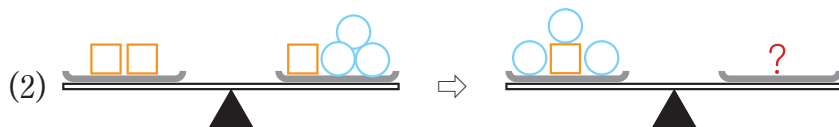
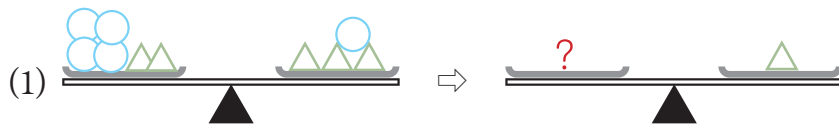
그러므로 ○○ = □이다.

(2) 왼쪽 저울 ○○○△ = △△△에서 저울의 양쪽에 △ 1개를 빼면 ○○○ = △△되며, 그것의 양쪽에 ○ 2개를 더하면 ○○○○ = ○○△△이다.

유제

1

같은 종류의 도형은 무게가 모두 같다고 한다. 왼쪽 저울이 수평이라고 할 때, 오른쪽 저울이 수평을 이루려면 ?에 ○ 몇 개를 올려놓아야 할까?





수학원리탐구



탐구예제

3

같은 종류의 도형은 무게가 모두 같다고 한다. 첫 번째, 두 번째 저울이 수평일 때, 세 번째 저울이 수평을 이루려면 저울의 오른쪽 \bigcirc 를 몇 개 올려놓아야 할까?



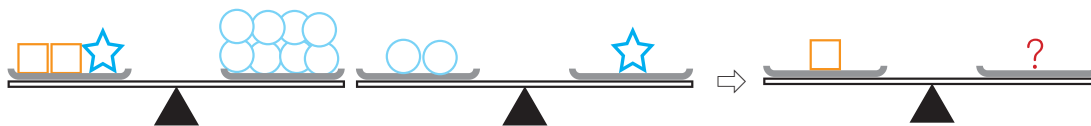
풀이 > 답 : 5개

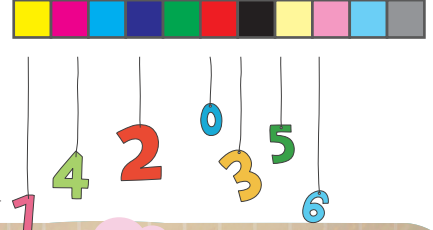
첫 번째 저울의 $\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc = \square\square$ 의 양쪽을 2로 나누면 $\bigcirc\bigcirc = \square$ 이다. 이것에 두 번째 저울의 $\bigcirc\bigcirc = \star$ 을 합하면 $\star\square = \bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc$ 이다.

유제

3

같은 종류의 도형은 무게가 모두 같다고 한다. 첫 번째, 두 번째 저울이 수평일 때, 세 번째 저울이 수평을 이루려면 저울의 오른쪽에 \bigcirc 몇 개를 올려놓아야 할까?





탐구예제

5

다음과 같은 조건에 알맞은 A 와 B 는 각각 얼마인가?

- $A+B=29$
- $A-B=15$

풀이 > 답 : $A=22, B=7$

(해1) 합이 29인 수를 조건에 맞게 표를 만들어보면 다음과 같다.

A	29	28	27	...	23	22	21
B	0	1	2	...	6	7	8
$A+B$	29	29	29	...	29	29	29
$A-B$	29	27	25	...	17	15	13

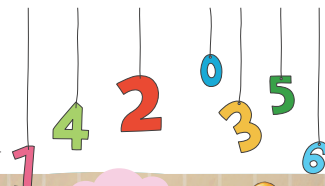
따라서 조건에 맞는 수는 $A=22, B=7$ 이다.

(해2) 위의 (해1)과 같이 풀려면 표를 만드는 번거로움과 시간이 많이 걸리므로 등식의 원리를 이용한다. 두 식의 양변을 합하면 $A+B+A-B=44, A+A=44, A=22$ 이다. 따라서 $B=7$ 이다.

유제

5 다음을 보고 $\triangle + \bigcirc + \square$ 는 얼마인지 구하여라.

$$\begin{aligned} \triangle + \bigcirc &= \square \\ \triangle + \square &= 50 \\ \square + \bigcirc &= 40 \end{aligned}$$



2. 라틴사각형(數獨, sudoku)

제1강 수평놀이(라틴사각형)

수학원리탐구



세계적으로 인기를 끌고 있는 일명 스도쿠는 18세기 스위스 수학자 레온하르트 오일러(Euler, Leonhard 1707~1783)가 고안한 라틴사각형이란 게임에서 유래되었다. 스도쿠(數獨, sudoku)는 數獨이란 “숫자가 혼자 있다.”라는 뜻의 한자의 일본식 발음으로 숫자들이 겹치지 말아야 한다는 의미를 가지고 있다. 이 퍼즐은 숫자를 하나씩 확인 하는 것과 주변의 숫자를 빨리 찾아내는 훈련을 통하여 짧은 시간동안 많은 생각을 할 수 있게 한다. 이 훈련을 함으로써 **집중력, 추리력, 분석력**을 기르며, **직관력과 공간인식**을 기르는데 도움이 된다. 여기서는 일본식 발음이 아닌 우리발음으로 **수독**이라고 한다.

(1) 라틴사각형의 종류

① 수독 2×2

수독 2×2는 16칸의 정사각형 안에 모든 가로, 세로, 굵은 테두리의 2×2(이하 블록이라 한다.)의 4칸에 1부터 4의 숫자가 중복되지 않게 한 번씩 숫자를 넣는다.

② 수독 3×2

수독 3×2는 36칸의 정사각형 안에 모든 가로, 세로, 블록의 6칸에 1부터 6의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 한 번씩 넣는다.

③ 수독 3×3

수독 3×3은 81칸의 정사각형 안에 모든 가로, 세로, 블록의 9칸에 1부터 9의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 한 번씩 넣는다.

④ 기타 여러 가지 변형된 수독

A, B, C를 포함한 4×3수독 A, B, C, D, E, F, G를 포함한 4×4수독, 홀수와 짝수, 큰 수와 작은 수의 개념이 포함된 수독 등이 있다.

(2) 수독 2×2의 풀이 보기

수독판을 자세히 본 후 다음과 같은 방법을 차례로 또는 선택적으로 실행한다.

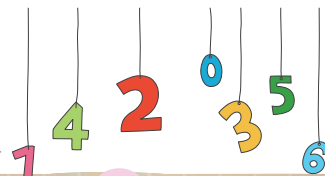
먼저 ①이 가능한가를 확인한 뒤 ②, ③을 **선택적**으로 보고, ②, ③을 실행하여 채운 후에도 ①이 가능한가를 확인하여 채운 후에 반복한다.

	2		
4			3
			1
		4	2

① 확실한 부분을 채운다.

가로, 세로, 2×2의 블록 안의 가장 많이 채워진 숫자를 찾아서 확실한 부분을 채운다.

(i) 빗금 친 칸의 세로줄과 굵은 테두리에 3칸이 모두 채워져 있어서 정답을 바로 찾을 수



분을 찾아낸다.

(i) 예를 들어 오른쪽 위 블록에 두 칸이 비어 있고, 이미 그 블록에는 3, 4가 있으므로 두 칸에는 1 또는 2가 들어가야 한다. 그러나 초록색 부분은 왼쪽블록에 2가 있으므로 빈 칸에 2를 채우고 초록색 부분에 1을 채운다.[그림7][그림8]

(ii) 확실한 부분을 채운 후 또다시 확실한 부분이 있나 확인하여 다시 채운다.

노란색 부분은 가로 3칸이 모두 채워져 있어서 확실하므로 3을 채운다.[그림9][그림10]

	2		4
4			3
		3	1
		4	2

[그림7]

	2	1	4
4		2	3
		3	1
		4	2

[그림8]

	2	1	4
4		2	3
		3	1
		4	2

[그림9]

3	2	1	4
4		2	3
		3	1
		4	2

[그림10]

계속하여 빗금 친 부분에 확실한 1을 채운다.[그림11] [그림12]

3	2	1	4
4		2	3
		3	1
		4	2

[그림11]

3	2	1	4
4	1	2	3
		3	1
		4	2

[그림12]

3	2	1	4
4	1	2	3
		3	1
		4	2

[그림13]

3	2	1	4
4	1	2	3
2		3	1
1		4	2

[그림14]

왼쪽 세로 줄에 두 칸이 비어 있고, 이미 그 세로줄에는 3, 4가 있으므로 분홍색 두 칸에는 1 또는 2가 들어가야 한다. 그러나 분홍색 빗금 친 부분은 오른쪽 블록에 1이 있으므로 2를 채우고 분홍색 부분에 1을 채운다.[그림13][그림14]

그리고 같은 방법으로 비워진 모든 숫자를 채워 넣으면 된다.

항상 ①을 확인한 후 ②와 ③중에서 쉬운 것 또는 가능한 것을 선택하여 실행해야 한다.

이와 같은 방법을 반복적으로 실행한다.



수학원리탐구



(2) 수독 3×2의 풀이 보기

3×2를 푸는 방법도 2×2를 푸는 방법과 유사하다.

수독판을 자세히 본 후 다음과 같은 방법을 차례로 또는 선택적으로 실행한다.

① 확실한 부분을 채운다.

(i) 가로, 세로, 3×2의 블록 안의 가장 많이 채워진 숫자를 찾아서 확실한 부분을 채운다.

(ii) 확실한 부분을 채운 후 또다시 확실한 부분이 있나 확인하여 다시 채운다.

(iii) 그래도 채울 수 없을 때는 다음과 같은 방법을 선택적으로 실행해 한다.

즉, ②와 ③, ④중에서 쉬운 것 또는 가능한 것을 선택하여 실행해야 한다.

② 가장 많이 채워진 숫자를 찾는다.

1에서 6까지 수 중에서 가장 많이 채워진 숫자를 찾는다.

(i) 3×2의 가장 많은 숫자를 찾아보면

6이 5개로 6이 없는 블록의 3×2의 6칸의 숫자에 다른 블록에 있는 6을 찾아 가로줄, 세로줄에 초록색을 칠하면 나머지 빈칸인 흰색 칸에 6이 들어가게 된다.

1	4			6	
6		5	4	1	
				3	6
3	6				
	1	6	5		3
5			2	1	

1	4			6	
6		5	4	1	
				3	6
3	6			5	
2	1	6	5	4	3
	5		6	2	1

(ii) 확실한 부분을 채운 후 또다시 확실한 부분이 있나 확인하여 다시 채운다.

숫자를 채우고 난 다음에 확실한 부분이 있으면 그곳에 수를 넣는다.(빗금 친 부분에 4, 2, 5)

③ 다음으로 많이 채워진 숫자를 찾는다.

1이 4개, 2가 2개, 3이 3개, 4가 3개, 5가 4개이고, 6은 이미 6개를 모두 채웠다.

(i) 1의 경우 1이 없는 블록의 3×2의 6칸의 숫자에 다른 블록에 있는 1을 찾아 가로줄, 세로줄에 초록색을 칠하면 나머지 빈칸인 빗금 친 칸에 1이 들어가야 할 영역이 서로 교환되는 공유가 발생한다. 이와 같은 경우 이 영역은 보류하고 다른 숫자를 찾아 채워 넣어야 한다. 즉, 숫자가 교환될 경우 보류하라!

1	4			6	
6		5	4	1	
				3	6
3	6			5	
2	1	6	5	4	3
	5		6	2	1

(ii) 5의 경우 5가 없는 블록의 3×2의 6칸의 숫자에 다른 블록에 있는 5를 찾아 가로줄, 세로줄에 초록색을 칠하면 빈칸에 확실한 부분을 찾아낸다. 나머지 빈칸인 빗금 친 칸에 5만이 유일하게 넣을 수 있다.

(iii) 확실한 부분을 채운 후 또다시 확실한 부분이 있나 확인하여 다시 채운다. 빗금 친 부분



탐구예제

8

다음 수독 3×2의 36칸의 정사각형 안에 모든 가로 6칸, 모든 세로 6칸, 모든 블록의 3×2의 6칸에 1부터 6의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 넣어 a , b 에 해당하는 숫자의 합을 구하여라. $\boxed{a} + \boxed{b} = \square$

3		a			1
	1		3	2	
		3	1		
4		1			6
	2	5	b	6	
6				1	2

풀이 답 : 6

가장 먼저 가로, 세로, 3×2의 블록안의 가장 많이 채워진 숫자를 찾아 확실한 부분에 수를 넣는다. 가로, 세로, 3×2의 박스안의 가장 많이 채워진 숫자를 찾아라!

3×2의 가장 많은 숫자를 찾아보면 1이 5개로 각 1의 숫자에 가로줄, 세로줄, 3×2칸에 연필로 줄을 칠하면 나머지 빈칸인 흰색 칸에 1이 들어가게 된다.

가장 적게 남은 칸이나 블록을 찾아 채워야 할 숫자를 확인한 다음 다른 블록에 있는 숫자를 이용하여 영역을 축소하고 유일하게 채울 수 있는 빈칸인 부분을 찾아낸다.

3	4	a	6	5	1
5	1	6	3	2	4
2	6	3	1	4	5
4	5	1	2	3	6
1	2	5	b	6	3
6	3	4	5	1	2

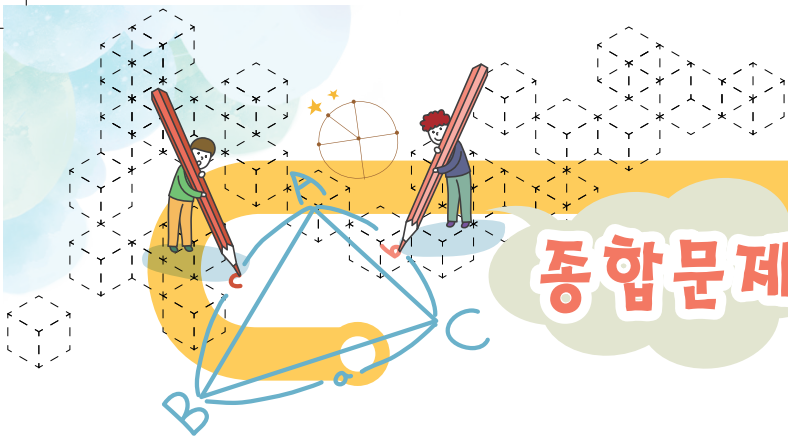
유제

8

다음 수독 3×2의 36칸의 정사각형 안에 모든 가로 6칸, 모든 세로 6칸 모든 블록의 3×2의 6칸, 1부터 6의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 넣어 a , b 에 해당하는 숫자의 합을 구하여라. $\boxed{a} + \boxed{b} = \square$

			5		3
	2	3		4	
3	5	a		1	
	4		b	3	5
		5	1		2
2		1		5	





통합문제

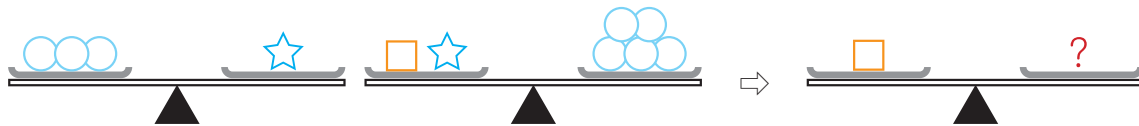
1 같은 종류의 도형은 무게가 모두 같다고 한다. 첫 번째 저울이 수평이라고 할 때, 두 번째 저울이 수평을 이루려면 저울의 오른쪽에 ○ 몇 개를 올려놓아야 할까?

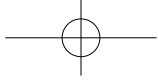


2 같은 종류의 도형은 무게가 모두 같다고 한다. 왼쪽 저울이 수평이라고 할 때, 오른쪽 저울이 수평을 이루려면 ?에 ○ 몇 개를 올려놓아야 할까?



3 같은 종류의 도형은 무게가 모두 같다고 한다. 첫 번째, 두 번째 저울이 수평일 때, 세 번째 저울이 수평을 이루려면 저울의 오른쪽 ○를 몇 개 올려놓아야 할까?



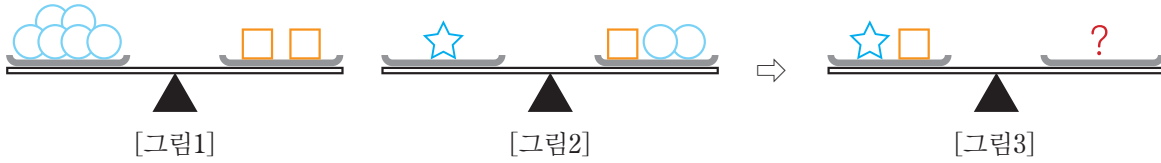


수학원리탐구

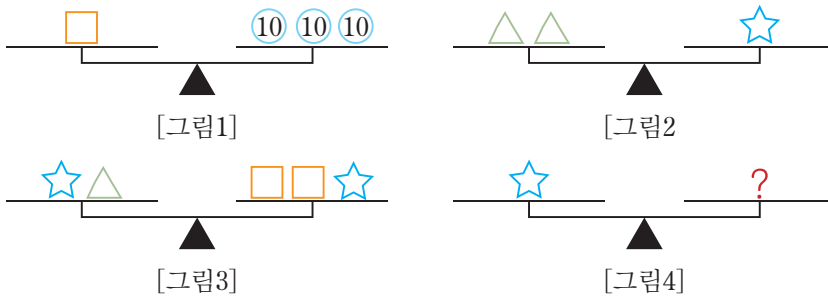
제1강 수평놀이(라틴사각형)



4 같은 종류의 도형은 무게가 모두 같다고 한다. 첫 번째, 두 번째 저울이 수평일 때, 세 번째 저울이 수평을 이루려면 저울의 오른쪽 ○를 몇 개 올려놓아야 할까?

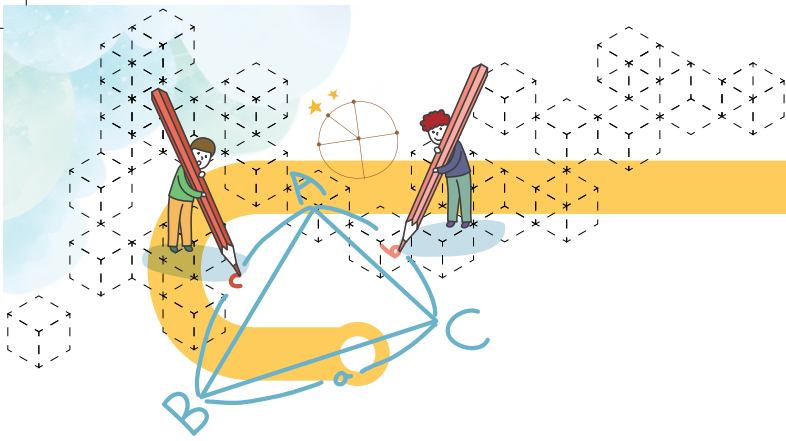


5 다음 [그림4]의 ? 안에 들어갈 10원짜리 동전의 수는 몇 개인가?

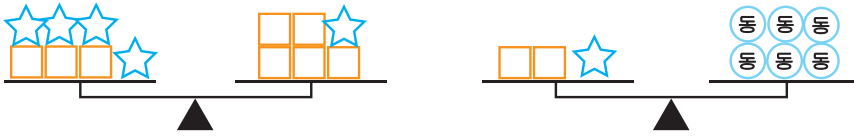


6 같은 종류의 도형은 무게가 모두 같다고 한다. 첫 번째, 두 번째 저울이 수평일 때, 세 번째 저울이 수평을 이루려면 저울의 오른쪽 ○를 몇 개 올려놓아야 할까?

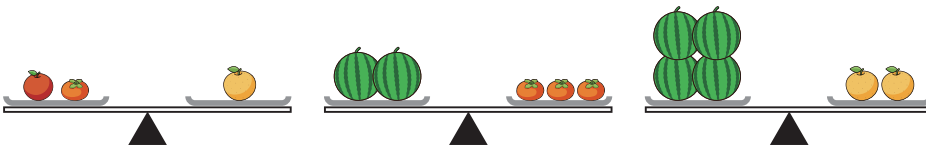




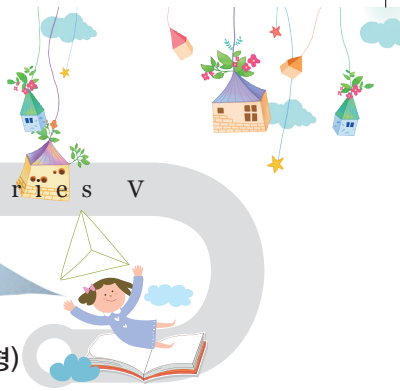
7 어떤 도형가게에 가격이 다음 그림과 같이 그려져 있다. 저울이 평형을 이루고 있다는 것은 양쪽의 가격이 서로 같다는 뜻이다. 동전 1개가 100원일 때, 다음 그림에서 ☆ 한 개의 값은 몇 원인가?



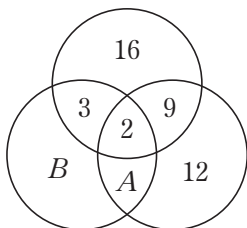
8 어떤 과일가게에 사과, 배, 수박, 감의 가격이 다음 그림과 같이 그려져 있다. 저울이 평형을 이루고 있다는 것은 양쪽의 가격이 서로 같다는 뜻이다. 감 한 개의 값이 200원일 때, 사과 한 개의 값은 몇 원인가?



9 어떤 두 자연수의 곱은 48이고, 차는 8이다. 두 자연수를 구하여라.



10 그림에서 각 원 안에 있는 네 수의 합이 모두 같게 하려면 B는 얼마인가?



11 세 개의 수 A, B, C가 있다. 세 수가 다음과 같은 관계에 있을 때, A+B+C의 값을 구하여라.

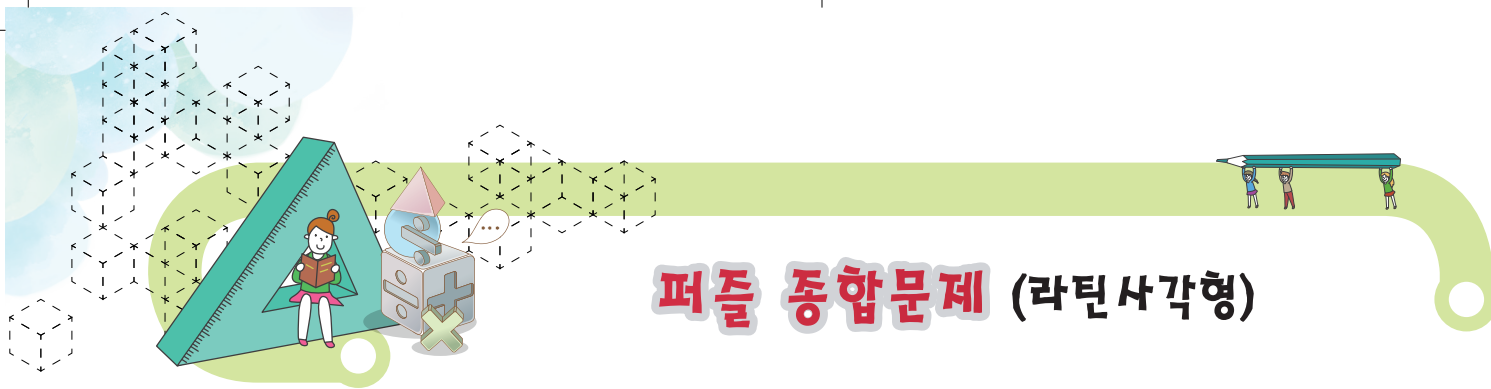
- $A+B=33$
- $B+C=24$
- $A=B+B$

12 오른쪽 [보기]는 굵은 선 안에 있는 자연수의 가로줄과 세로줄의 합을 각각 구하여 굵은 선 밖의 칸에 적은 것이다. [보기]와 같이 수를 적은 아래의 표에서 X와 Y의 차를 구하여라.

A	B	29
C	D	51
43	X	

E	F	43
G	H	51
Y	29	

[보기]		
9	23	32
17	10	27
26	33	



퍼즐 종합문제 (라틴사각형)

1 다음 수독 2×2의 16칸의 정사각형 안에 모든 가로 4칸, 모든 세로 4칸, 모든 굵은 테두리의 2×2의 4칸에 1부터 4의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 넣어 a, b에 해당하는 숫자의 합을 구하여라.

(1) $a + b =$

		2	
	3	1	
a	1	4	
	2		

1	4		
2		b	
			3
		1	4

(2) $a + b =$

			2
a	2	3	
	4	1	
3			

	2		3
		4	
	1		b
3		2	



수학원리탐구



제1강 수평놀이(라틴사각형)

(5) $a \square + b \square = \square$

	4	6		2	
1			4	6	
	2	$a \square$		3	6
5	6			1	
	3	4	$b \square$		1
			3	4	

(6) $a \square + b \square = \square$

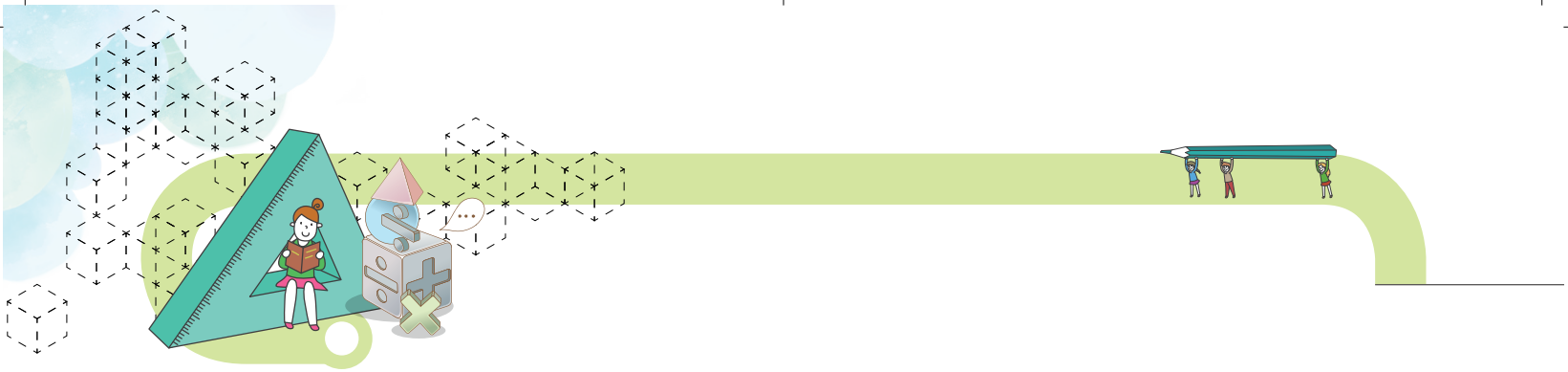
	1			6	2
		6	$a \square$		1
3			1		4
1		5	$b \square$	2	3
6			4		
4	5			3	

(7) $a \square + b \square = \square$

6		1		4	5
5	$a \square$	4	1		
	6				
				3	$b \square$
		6	3		2
3	5		6		4

(8) $a \square + b \square = \square$

	1			3	6
	6	4	2		
		5	1	6	
1	2		$a \square$	4	
6			3		
		3		$b \square$	5



(9) $a \square + b \square = \square$

1		4	6	
4	6	$b \square$	3	
	1	5	4	3
			2	
6	$a \square$			
2	5	3	6	

(10) $a \square + b \square = \square$

			1	
6		1	4	
	4	$a \square$	3	5
	6			
4	2	3	1	
	$b \square$	6	2	3

(11) $a \square + b \square = \square$

3		6	1	
5			6	2
		1	5	$a \square$
	4		2	
4	5			1
	$b \square$	2	5	4

(12) $a \square + b \square = \square$

	6	4		2
	3		1	6
		6	$b \square$	5
5			6	1
4		3		6
$a \square$	2		5	



수학원리탐구



제1강 수평놀이(라틴사각형)

(13) $a \square + b \square = \square$

5	1	$a \square$		4	
6	4		5		1
4		6		3	2
	2			5	6
	3	5		$b \square$	
			3	1	

(14) $a \square + b \square = \square$

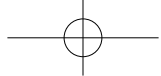
	6	1	4		
2		4	$a \square$	1	6
3	1		6		4
		5	3		
4		3	1		5
1		6		$b \square$	

(15) $a \square + b \square = \square$

	5			4	1
			2		5
2		6			
1	4	$a \square$		3	
4	6		5		
		3	$b \square$	1	6

(16) $a \square + b \square = \square$

4		3		$a \square$	5
2		5		6	
	2	4		5	3
3	5		4	1	
	4	$b \square$	5		1
5			2		6



재미난 수학 이야기~

입을 거리

1. 왜 '구구단'이라고 할까?

'구구단'하면 초등학교 때 아무 뜻도 모르면서 외웠던 기억이 난다. 그저 맛도 재미도 없는 암산용의 계산표이다. '구구단'은 1에서 9까지 자연수 중에서 두 수를 곱한 결과를 기억하기 쉽게 단계적으로 정리한 곱셈 기초 공식을 말한다.

'구구법' 혹은 '구구'라고도 한다.

그러나 '수학을 십 년 넘게 배워도 남은 게 없다.'는 사람들도 구구단은 생활에 필요하다고 말한다. 한동안 '구구단을 외자'라는 놀이가 유행했었고, 지금도 우리 아이들은 초등학교 2학년이 되면 구구단을 외운다. 그런데 왜 '구구단'이라고 할까? 처음 시작은 '이이는 사', '이삼은 육', '이사 팔'. 바로 이단이 아닌가.

중국이나 우리나라에서의 구구단은 처음에 '구구 팔십일'부터 시작하였다. 옛날에는 구구단을 배우는 사람이 어린아이가 아니고 어른이었다. 구구단을 사용하는 사람도 일반인이 아닌 특수 계층이었다. 구구단은 일부 사회에서만 독차지하여 사용했던 지혜의 하나였다. 그런데 이 구구단이 어쩌나 편리하고 이익을 가져다주는지 일반인들에게 구구단이 널리 알려져서는 안 된다는 생각을 하였다. 구구단을 마치 숨겨놓은 보물처럼 비밀스럽게 다루었다. 그래서 쉽게 익힐 수 있는 구구단을 일부러 어렵게 만들었다. 구구단을 외울 때 구구단의 제일 마지막 대목인 '구구 팔십일'부터 외웠던 것이다. 그래서 '구구단'이라는 이름이 붙여졌다. 그러다가 700여 년 전 중국 원나라 무렵부터 '일일은 일'에서 구구단이 시작되었다. 그 후 우리나라에서도 그것을 따르게 되었다.



서양의 경우 고대 그리스 철학자 피타고라스가 구구단을 처음 선보였으며, '피타고라스의 표'라고 해서 가로세로 각각 1에서 9까지 곱셈값을 적어 놓았다. 서양인들은 구구단을 외우기보다는 주로 표를 보면서 계산했으며, 오늘날에도 간단한 곱셈조차 암산하지 않고 계산기를 두들기곤 한다. 또한 외우고 있어도 입으로 표현하기가 어렵다. 예를 들면 '이삼은 육'이 two times three are six 또는 two three are six라고 한다. 이 때문에 계산하기 쉽게 표를 만들었다. 그리고 구구단을 전부 외우지 않고 5단까지 만을 외운다. 이에 비하여 우리는 노래 부르듯이 억양을 부쳐가면서 구구단을 외울 수 있다.



어쩌면, 우리나라 사람들이 유럽 사람에 비하여 셈을 잘하는 이유도 ‘구구단’을 외우고 있기 때문이 아닐까? 한편, 대부분의 나라에서는 구구단이 곱셈 기초 공식으로 여겨지지만 인도에서는 19단까지 외우고 있다.

구구단조차 제대로 외지 않는 미국과 대비되는 일이지만, 어느 교육 방법이 더 좋은지는 결론내리기 어렵다.

2. 곱하기를 나타내는 기호

두 수의 곱하기는 흔히 기호 ‘×’를 사용하여 나타낸다.

예를 들어 $7 \times 5 = 35$, $3 \times 8 = 24$ 와 같이 나타낸다.

곱하기 기호 ‘×’는 더하기와 빼기 기호 ‘+’, ‘-’에 비하면 상당히 늦게 수학세계에 들어왔다.

곱하기 기호 ‘×’를 처음 사용한 사람은 영국의 수학자 오프레드로 그 원조는 성안드레 십자가(St. Andrew's Cross)로 보인다. 하지만 오프레드가 사용한 ‘×’는 ‘+’, ‘-’의 크기에 비해 그 크기가 많이 작았다고 한다.

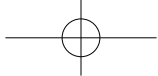
1618년에 라이트(Edward Wright)가 편집한 영국의 수학자 네이피어의 책 부록에는 문자 X가 곱하기를 나타내기 위해 사용되었는데 이 부록을 누가 저술했는지는 알려지지 않았다. 하지만 여러 가지 상황으로 보아 오프레드가 저술했을 것이라고 추측되고 있다.

그럼 오프레드 이전에는 곱셈이라는 연산이 없었을까?

곱셈이라는 연산의 개념은 오래전부터 있었기 때문에 어떠한 형태로든 곱셈이라는 기호가 사용되었다.

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 5 \\
 2 \quad 4 \\
 \hline
 10 \quad 12
 \end{array}$$

위와 같은 형태로 사용되었는데 위의 표기 방법과 오프레드 기호 ‘×’ 사이에는 어떤 관련이 있는 것처럼 보이기도 한다.



재미난
수학 이야기~

하지만 위의 표기방법은 두 개의 곱하기 즉 3×4 , 5×2 를 나타내는 것으로 하나의 곱셈을 의미하는 것은 아니었다.

그 이후 에도르장드르(Adrien-Marie Legendre)는 1794년 곱하기를 나타내기 위해 \times 를 \times 같이 일부러 크게 썼다고 한다. 하지만 곱셈 기호 ' \times '는 미지수를 나타내는 문자 x 와 비슷해서 잘 쓰이지 않다가 19세기 후반에 이르러서야 광범위하게 사용되었다고 한다.