100 문제를 푸는 것보다 문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

초4·5·6 수학적 사고 시스템 및 이론 확립

스토리텔링 · 영재교육원 · 국제중 대비서

# 수학 원리 퍼즐 탐구 9

Ⅳ 상

Mathematics
the Discovery of Dharma series Ⅳ
초등 탐구편

홈페이지(www.m1239.com)동영상 강의 및 풀이

원리탐구

**중상위권** 학생들에게

**원리탐구**로 수학을 **재미**있고 **정확·신속**하게 풀게하여

즐기며 **꿈에 도전**하자!

# 신판을 내면서

2005년부터 펴내기 시작한 원리탐구 시리즈를 이번 신판을 내면서 대상 학생에 맞게 구성 체제를 바꾸었으며, 시대의 변화에 맞추어 전면적인 내용의 보강과 변화를 하였습니다.

첫째, 기존의 원리탐구 시리즈 Ⅰ·Ⅱ·Ⅲ·Ⅳ·Ⅴ·Ⅵ의 6권 체제를 수학 원리탐구 5권과 도전 원리탐구 4권, 총 9권으로 대상 학생에 맞게 개편하였습니다.

수학 원리탐구 5권(Ⅰ·Ⅱ·Ⅲ·Ⅳ·Ⅴ)은 기존의 수학 원리탐구 Ⅲ·Ⅳ·Ⅴ·Ⅵ의 내용의 보강과 변화를 하여 수학 원리탐구 Ⅰ·Ⅱ·Ⅲ·Ⅳ·Ⅴ로, 기존의 수학 원리탐구 Ⅰ·Ⅱ는 도전 원리탐구 A·B·C·D로 바뀌었습니다. 공부 대상은 신판 수학 원리탐구 Ⅰ·Ⅱ·Ⅲ·Ⅳ·Ⅴ는 초·중학생의 수학적 사고 시스템과 이론 확립에, 도전 원리탐구 A·B·C·D는 중·고등학생의 수학적 사고력 및 이론 확립에 중점을 두었습니다. 따라서 고등학교에서 문과를 지망하는 학생은 신판 수학 원리탐구 Ⅰ·Ⅱ·Ⅲ·Ⅳ·Ⅴ까지 공부하면 되고, 특목고 및 이과 지망생은 도전 원리탐구 A·B·C·D를 공부하면 됩니다.

둘째, 신판 수학 원리탐구 Ⅲ·Ⅳ는 구판 수학 원리탐구 Ⅴ·Ⅵ의 내용과 편제를 거의 전면적으로 바꾸고 난이도도 약간 높였으며 쪽수를 수학 원리탐구 Ⅳ는 30여 쪽, 수학 원리탐구 Ⅲ은 60여 쪽이 증가하였습니다. 수학 원리탐구 Ⅰ·Ⅱ는 기초적이고 쉬운 내용은 원리탐구 Ⅱ·Ⅲ으로 옮기고 높은 난이도의 문제를 추가하였습니다.

처음 약속한 바와 같이 앞으로 질 높은 강의와 더 많은 노력을 통하여 더욱 이해하기 쉽고, 재미있는 수학 원리탐구가 될 수 있도록 계속적으로 보완·교정해 나갈 것을 약속드립니다.

2009년 1월 저자 최 경호

## 개정판을 내면서

기존의 원리탐구 Ⅳ의 각 강에 **수학퍼즐을 추가**하여 70여 쪽이 늘어났으며, 일부 내용을 추가·삭제 및 오·탈자를 바로 잡았습니다. 또한 **책과 글씨를 크게** 해주기를 원하는 학생과 학부모님의 의견이 많아 B5에서 A4로 크게 하였습니다.

초등 5, 6학년이 재미있고 유용한 수학 원리학습을 할 수 있기를 바랍니다.

앞으로도 계속하여 더 재미있고 유용한 책이 되도록 하겠습니다.

2010년 10월 저자 최 경호

## 유색 보정판을 내면서

기존의 원리탐구 Ⅳ의 일부 내용을 추가와 삭제를 하고, 교재가 두꺼워 원리탐구 Ⅳ(상), (하) 권으로 나누었고, 디자인과 색을 넣어 더욱 보기 좋게 하였으며 효율적인 수학 원리학습을 할 수 있도록 하였습니다. 앞으로도 계속하여 더 재미있고 유용한 책이 되도록 하겠습니다.

2015년 2월 저자 최 경호

100문제를 푸는 것보다 1개를 제대로 가르칩니다! 원리탐구

# 이 책의 차례

## 머릿말, 수학공부 어떻게 할 것인가?


| 강좌 | 단원 | 퍼즐 | 페이지 |
|---|---|---|---|
| 제1강 | 계산에 관한 원리탐구 | (라틴사각형) | 14 |
| 제2강 | 규칙 찾기와 수열 | (규칙 퍼즐) | 48 |
| 제3강 | 경우의 수 | (계산 퍼즐) | 76 |
| 제4강 | 정수 응용문제 | (소인수분해 퍼즐) | |
| 제5강 | 도형 | (사각형나누기 퍼즐) | |
| 제6강 | 논리와 추리 | (성냥개비 퍼즐) | |
| 제7강 | 창의 · 사고력 | (여러 가지 퍼즐) | |


## 읽을 거리


| | | |
|---|---|---|
| 제1강 | 1. 0의 용도와 기원/2. 암호화에 유용한 소수 | 44 |
| 제2강 | 1. 수학자 가우스 이야기/2. 달력의 기원(사라져버린 열흘을 찾아라.) | 72 |
| 제3강 | 1. 수형도(나무 모양 그림) 그리기 전략 | 98 |
| 제4강 | 1. 구두쇠와 지수법칙<br>2. 로비 층이 0층인가 1층인가? | |
| 제5강 | 1. 음료수 캔이 원기둥인 이유<br>2. 스테가노그래피(steganography)의 기원 | |
| 제6강 | 1. 한글과 암호 이야기/2. 종이접기 | |
| 제7강 | 1. 정사각형을 만들기 | |

# 서문

## 1. 수학 원리탐구시리즈를 펴내며

제가 수학 강의를 한 지 벌써 10여년이 흘렀습니다. 강의 현장에서 수학을 가르치다 보면 우리 학생들의 수학적 능력이 너무나 뛰어나다는 것을 알고 많이 놀랐습니다. 그러나 한편 학년이 높을수록 그 능력이 떨어진다는 것을 알고 또한 놀랐습니다. 그 이유를 분석해보니 공부 방법과 습관이 잘못됐다는 것을 알았습니다. 공부는 철저히 학생 본인이 해야 하고 선생님은 길잡이 내지는 최후의 해결사(?)가 되어야 하며 공부는 공식이 중요한 것이 아니고 공식이 나오는 과정이 중요하며 공식 이전에 가장 기본이 되는 원리의 이해가 중요하다는 생각을 가지게 되었습니다. 따라서 원리에 대한 이해와 공식이 나오는 과정에 대한 논리적 설명을 바탕으로 하는 강의가 아직 어리지만 명석한 학생들에게는 빠른 기간에 놀랄 만한 실력의 향상을 이룰 수 있었으며, 조금 느리다고 생각되는 학생들은 반복적인 수업을 통해 조금은 더디지만 많은 발전을 하는 것을 보았습니다.

또한 학교 수학책이 그 단계에만 필요한 지식들로 구성되어 있어서 하나의 원리나 내용이 초등학교에서 고등학교까지 적용됨에도 그 학년(단계)에 국한되어 있어서 통합적인 공부가 되지 못하고 심도 깊은 관련 문제를 다룰 수 없어 학습의 효율성이 떨어지는 폐단이 있음을 알았습니다. 이를 없애고자 가능한 한 관련된 원리와 내용을 통합한 강의로 짧은 시간에 관련 내용을 종합하여 이해시키려했고, 따라서 심화문제와 응용문제를 일관되게 가르치다 보니 이해가 매우 빨랐습니다. 이처럼 제 나름대로의 교육방식을 적용하면서 흥미로운 변화를 목격할 수가 있었습니다. 저와 공부하는 기간이 길수록, 학년이 낮을수록(약 초4~6학년)학습능력이 뛰어남을 깨달았으며 남보다 공부시간이 적음에도 각종 경시대회에서 두각을 나타내고 영재교육원에 합격생이 많음에 용기를 얻어 책을 써야겠다고 감히 마음먹었습니다.

그동안 10여년에 걸친 강의 경험을 통하여 학생들에게 필요한 **기본적인 원리와 증명을 강화하고 공식이 나오는 과정을 철저히 연구하여 창의력과 논리력의 향상에 기본 초점**을 맞추고, 아울러 원리의 이해가 어려운 문제를 쉽게 풀리게 하고 현실에도 적용됨을 일깨워 수학에 흥미를 느낄 수 있도록 배려하여 이 책을 쓰게 되었습니다. 이 책 **초·중등학생의 수학적 사고시스템 및 이론 확립에 기여하고, 수리논술·구술 및 입학사정관제에 도움이 되고, 영재교육원과 KMO 등의 올림피아드와 특목고, 국제중 입시**에 활용 되도록 썼으므로 특히 **수학의 기본 원리**서로 자리 잡을 수 있기를 기대합니다.

## 2. 수학 원리탐구의 효용성과 중점내용

### (1) 원리탐구의 효용성

**① 시대의 변화에 적응**

현대의 사회는 이전의 사회와 비교해 많은 변화가 있어 이전의 시대와 다른 지식과 인재를 요구하고 있습니다. 즉 (ⅰ) 정적인 사회에서 **동적인 정보통신혁명기에 적응할 수 있는 새로운 지식과 상황적응력, 응용력을 가져야 합니다.** 즉, 정적인 시대에는 지식이 한정되어있고, 규격화되어 있어서 주로 외워서 적용하는 과정이 대부분이라면, 동적인 사회에서는 변화에 적응하는 창의력과 응용력이 요구되어 단순한 지식이나 암기는 중요성이 현저히 떨어지며, 지식도 시대가 변화하면 오류가 생기는 경우도 있습니다.

(ⅱ) 일률적 획일적 사회에서 **개성존중**의 사회로 변화하므로 자신만의 독특한 성격과 특성을 더욱 발전시켜야 합니다. (ⅲ) 형식보다 실질을 중요하게 여기므로 형식과 격식에 얽매이지 말고 **효율적이고 실질적**인 공부를 하여야 합니다. (ⅳ) 따라서 이전의 객관식 단답형에서 **주관식 서술형으로 더 나아가 논술·구술문제, 심층면접, 입학사정관제 등**으로 변함에 유의하여 공부 방법을 달리하고 변화에 민감하게 대처하여야 합니다.

**학교내신 시험도 50% 이상이 서술형**으로 출제되며, 대학입시도 특기자전형, 수시모집이 강화되고 있습니다.

이처럼 변화하는 시대의 제도에 적응하는 즉, KMO·영재센터·과학고·민사고 등의 특목고·국제중 등의 입시대비와 서술형 내신대비를 목적으로 하는 내용의 교육에 중점을 두었습니다.

**② 정규과정의 한계를 극복**

(ⅰ) 학교의 정규과정은 단계별로 내용의 한계가 규정되어 있어 일정단계 이상의 내용은 학습대상에서 제외되어있고 학기와 학년에 따라 내용들이 흩어져 있어서 효율적인 원리학습에 한계가 있습니다. (ⅱ) 학교의 정규과정에는 시대의 변화에 부응하는 내용이 포함되어 있지 않으나 각종 시험에 나오는 경우에 학교에서는 가르치지 않으므로 시험대비가 되지 못하는 경우가 있습니다. 예를 들어 논리추리·홀짝수분석·비둘기집 이론·정수론과 같은 내용은 정규과정에 없거나 소홀하지만 각종 시험에는 자주 등장하는 내용입니다. (ⅲ) 정규 진도 과정은 수업이 평준화되어 있어 창의력이나 심화과정의 수업에 대처하지 못하는 경우가 있습니다.

**③ 관련사항을 묶어 기본이 되는 해법을 찾는 원리학습**

위와 같은 시대의 변화에 부응하고 공교육의 정규과정에 제외된 부분과 창의력, 심화학습을 짧은 시간에 효율적으로 공부하려면 관련사항을 한데 묶어 기본이 되는 원리를 추출하여 학습하는 방법이 효율적이며, 차원이 달라지거나 새로운 상황·시대변화에 적응할 수 있는 교육방식이 절대적으로 필요합니다.

따라서 이 과정은 **수학적 사고 시스템과 이론 정립, 서술형문제 풀이방식을 학습**하며, **개인의 특성을 파악하여 효율적인 수학교육**이 될 수 있도록 **정규·선행과정 이전**에 이수합니다.

### (2) 중점내용

**① 100문제를 푸는 것보다 100문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다.**

같은 유형의 문제를 1가지 방법으로 계속 풀면 기계적이고, 획일적 사고를 가진 학생이 되어 창의력과 응용력이 없어집니다. 그러므로 100문제를 푸는, 지루하고 소모적인 반복학습 보다는 100문제에 적용되는 내용을 근원적으로 접근하여 왜 이 단원이 필요하며 왜 그렇게 풀어야 되는지 고민하여 적용되는 원리를 찾아내 그 단원 내용을 최소화하여야 합니다. 그래야 학습내용을 간략화 할 수 있고, 더 나아가 흥미를 가지게 되어 응용력과 창의력이 생기게 됩니다.

더 나아가 특목고 및 영재센터에서 출제되는 새로운 응용, 현실적용 및 원리를 묻는 창조적 문제가 출제 되었을 때 당황하지 않고 풀 수 있으며 어떠한 문제가 출제되어도 풀 수 있다는 자신감이 생깁니다.

**② 공식은 외우는 것이 아니고 탐구를 통하여 공식이 나오는 과정을 습득하게 하여 창의력과 논리력을 증진시킵니다.**

공식의 단순 암기는 같은 유형문제의 답만 낼 수 있을 뿐 응용문제나 차원이 다른 문제가 출제되면 풀 수 없습니다. 마치 머릿속이 지식을 아무렇게 담아놓은 쓰레기통처럼 되어 꺼내 쓰려면 어디에 있는지 어디에 적용되는지 알 수 없고, 몇 개 안되는 지식을 습득해도 뇌의 용량이 넘쳐 다른 지식을 담을 수 없게 됩니다. 그러므로 공식이 나오는 과정을 탐구하여 학생 스스로 그 공식을 유도해 낼 수 있어야만 창의적 문제·응용문제·차원을 달리하는 문제·논리력이 필요한 문제의 경우 그 공식의 원리를 적용 하여 문제를 풀 수 있으며, 비로소 단편적인 지식이 아닌 살아있는 지식이 됩니다.

**③ 원리에 강하면 응용력이 생김을 알게 합니다.**

한 가지 원리가 여러 단원에 쓰이고 서로 연관되어 변형되는 과정을 터득하면 수학 공부량이 현저히 줄어들며 수학공식을 자유로이 유도해 낼 수 있습니다. 그러면 여러 새로운 의문점들을 스스로 찾아낼 수 있고 응용력이 생깁니다. 예를 들어, 인수분해를 왜 하는지, 인수분해를 하면 어떤 편리한 점이 있는지, 식을 문자를 사용하여 세우면 왜 편리한지를 알 수 있으며, 교과서 등에 실리지 않았지만 교과서 내용보다 현실적으로 더 중요한 부분을 알아내어 낯선 문제도 쉽게 풀 수 있는 역량을 기르게 됩니다.

**④ 원리는 재미있으며 어려운 문제를 쉽게 풀리게 합니다.**

원리에 대한 이해와 과정의 탐구는 처음에는 습관화 되지 않아 어려워 보이고 시간이 많이 걸리며 힘들 때도 있지만, 한 번 이해를 하면 매우 어려워 보이는 문제가 간단하게 풀려 수학이 노동이 아니라 마치 마술처럼 느껴져 수학 공부에 흥미를 가지게 되고, 놀라울 정도의 실력향상으로 이어지게 됩니다.

**⑤ 수학은 현실에 적용되는 실질적 학문임을 깨우치게 합니다.**

수학은 단순한 산수가 아니라 일상생활에서 일어나는 복잡해 보이는 문제도 수학적인 지식과 원리가 적용되면 아주 간단히 풀리게 되어, 편리함을 알면 수학은 학생을 괴롭히고 노는 시간을 빼앗은 귀찮은 과목이 아니라 우리 생활의 어려움을 쉽게 해결하고, 노는 시간을 늘려 주는 유익하고 편리한 과목임을 알게 됩니다.

**⑥ 과정에 대한 탐구는 논리력을 키워 모든 과목의 성적향상에 기여 합니다.**

과정에 대한 탐구는 논리력과 창의력을 키우며, 뇌의 용량을 크게 하여 수학과목의 성적향상에 기여할 뿐 아니라 다른 과목을 공부하는 방법에도 활용되고, 수학공부 하는 시간에 다른 과목을 공부할 수 있어 모든 과목의 성적향상에 기여합니다.

## 3. 수학 원리탐구의 구성 및 학습대상

원리탐구 시리즈는 수학 원리탐구 5권(수학 원리탐구 Ⅰ·Ⅱ·Ⅲ·Ⅳ·Ⅴ)과 그 위 단계인 도전 원리탐구 4권(도전 원리탐구 A·B·C·D)으로 구성되었으며 Ⅰ·Ⅱ·Ⅲ은 11강, Ⅳ·Ⅴ는 7강으로 되어 있으며 도전 원리탐구 A·B·C·D는 각각 5강으로 되어있습니다. 수학 원리탐구는 Ⅴ권이 가장 낮은 단계이고, Ⅰ권이 가장 높은 단계로 되어 있습니다. Ⅴ권은 초등원리로서 초 3·4학년이면 이해할 수 있도록 하였으며, Ⅲ권은 Ⅱ권을 이해할 수 있도록 하고 초등영재교육원 준비생과 처음 원리탐구를 접하는 중학생 및 중학영재교육원 준비생을 위한 수학의 기본 원리서입니다. Ⅱ권은 Ⅲ권을 이해한 중학생을 위한 책으로서 **중학서술·구술·창의력은 Ⅰ·Ⅱ로 충분합니다.**

중등영재교육원 준비와 KMO등의 올림피아드준비생은 도전 원리탐구 4권(도전 원리탐구 A·B·C·D)까지 공부하기 바라며 앞으로 예견되는 대학 본고사 시험에 유용하게 쓰일 것으로 예상됩니다. 나아가 중등 KMO 1차와 민사고·과학고 준비서는 수학 올림피아드 600제가 있으며, KMO 2차 및 고등 KMO 준비서는 수학 올림피아드 300제가 있습니다.

## 4. 맺음말

산고 후의 출산이 이런 건가 할 정도로 수년간의 강의와 연구의 산물이 세상에 나오게 되어 기쁨과 더불어 무한 책임을 느낍니다. 앞으로 질 높은 강의와 더 많은 노력을 통하여 더욱 이해하기 쉽고, 재미있는 수학 원리탐구가 될 수 있도록 계속적으로 보완·교정해 나갈 것을 약속드립니다.

2005년 7월 저자 최 경호

# 수학공부 어떻게 할 것인가?

흔히 우리 학생과 부모님(선생님)들은 너무도 효율보다는 양에 집착하여 수학문제를 많이 풀어야 하고 오랫동안 책상에서 바른 자세로 공부해야 하고 숙제가 많아야 하며, 공식을 잘 외우고 모르는 문제는 자주 질문을 해야 하며 복잡한 문제도 끝까지 노동을 해서라도 풀어야 한다는 생각을 가진 분이 의외로 많다. 또한 선생님은 자세하고 화려한 설명과 족집게 같은 적중률을 가져야 하며 질문에 아주 친절하고 자세하게 대답해야 유능한 선생이라고 생각하는 분들도 또한 의외로 많다. 이와 같은 생각을 시대의 변화, 개성의 존중, 효율성과 능률, 시험방식의 변화 등을 고려하여 다시 생각해보아야 한다.

현대의 사회는 이전의 사회와 비교해 많은 변화가 있어 이전의 시대와 다른 지식과 인재를 요구한다. 즉 (ⅰ) 정적인 사회에서 동적인 정보통신혁명기에 적응할 수 있는 새로운 지식과 상황적응력, 응용력을 가져야 한다. (ⅱ) 일률적 획일적 사회에서 개성존중의 사회로 변화하므로 자신만의 독특한 성격과 특성을 더욱 발전시켜야 한다. (ⅲ) 형식보다 실질을 중요하게 여기므로 형식과 격식에 얽매이지 말고 효율적이고 실질적인 공부를 하여야 한다. (ⅳ) 따라서 이전의 객관식 단답형에서 주관식 서술형으로 더 나아가 논술구술문제, 심층면접 및 입학사정관제로 변함에 유의하여 공부 방법을 달리하고 변화에 민감하게 대처하지 않으면 자신의 능력을 충분히 발휘되지 않음을 명심하여야 한다.

10여년의 수학강의와 상담을 통해서 공부를 잘하는 학생과 잘하지 못하는 학생들을 보면서 느꼈던 수학에 관한 생각과 경험을 하지 말아야 할 것 4가지(4불)와 해야 할 것 5가지(5행)로 구분하였다. 이것을 바탕으로 자신의 개성에 맞는 공부 방법을 터득해 나아갈 수 있기를 바란다.

[※ 4불의 (1) '같은 유형의 문제를 반복하여 많이 풀지 마라.'의 해결 방법은 5행의 (1) '생각을 많이 하라.'이다. 이와 같이 4불과 5행의 같은 번호를 연결하여 이해하기 바란다.)

## 1. 4불(不)

### (1) 같은 유형의 문제를 반복하여 많이 풀지 마라.

시대가 빠르게 변화해 가므로 이 시대에 적응할 수 있는 창의력이 요구되고 개성이 존중되는 시대이다. 이것이 자신의 발전, 더 나아가 사회의 발전에 도움이 되기 때문이다. 같은 유형을 되풀이하여 풀다 보면 그 문제는 그렇게 풀어야 한다는 기계적인 습성이 붙게 된다. 비교적 난이도가 낮은 학교 시험에서는 고득점의 요인이 되겠지만, 심도 높은 시험에는 여러 각도로 응용되고 여러 원리가 융합되어 나오기 때문에 기계적인 학습에 의해 학교 시험은 100점을 맞아도 영재교육원·국제중·KMO등의 각종올림피아드·과학고를 비롯한 특목고 시험에 좋은 성적을 내지 못함을 많이 보았다. 수학은 기계적인 풀이를 요하는 과목이 아니다. 다양한 생각의 방법

을 탐구하고 이를 바탕으로 새로운 상황(문제)에 대처하는 능력을 기르는 학문이다. 당장의 시험점수에 연연하여 수많은 문제를 풀어 보는 것은 자칫 기계적인 인간을 만들어 창의력과 응용력을 죽이게 된다. 더 나아가 소중한 시간을 낭비하게 된다. 물론 수학에서 사칙연산이나 인수분해와 같은 기계적인 풀이가 필요한 부분도 다소 있다.

### (2) 공식을 외우지마라.

수학은 암기과목이아니라 생각하는 방법을 체계적으로 연구하고 새롭고 다양한 상황에 효율적이고 신속히 대응하는 방법(응용력과 창의력)을 연구하는 학문이다. 이러한 연구에 의해 얻어진 산물 중의 하나인 공식을, 나오는 과정 없이 외워서 문제풀이에 적용하면 난이도가 낮은 단순한 시험에서는 단기간에 성적이 오를 수 있지만, 비교적 난이도가 있는 차원을 달리하는 시험문제에서는 낭패를 보게 된다. 더 나아가 장기적으로 단순한 시험에서도 성적이 점점 떨어져 학년이 올라가면서 수학을 포기하게 된다. 그 다음의 결과는 어떻겠는가?

### (3) 질문을 많이 하지마라.

흔히, 정적인 사회에서는 모르면 질문을 많이 그리고 빨리해서 짧은 시간에 많은 진도(양)를 이해·암기하여야 공부를 잘한다고 생각한다. 그러나 동적인 사회에서는 다양하고 깊이 있는 생각이 요구된다. 공부를 하다 모르는 부분이 있을 때 한번 생각하고, 그래도 모르면 또다시 생각하여 될 수 있는 한 혼자서 해결해야 한다. 모른다고 모르는 즉시 질문을 하게 되면 자신의 생각이 없어지며 생각의 깊이가 없어진다. 생각 없이 빨리 얻은 지식은 또한 빨리 잊게 마련이다.

### (4) 노동하지마라.

어려워 보이고, 잘 풀리지 않는 문제를 풀 때 흔히 단편 지식으로 처음부터 일명 노동으로 풀어 많은 시간을 소요하여 푼 다음 만세를 부르는 학생이 있다. 차라리 그 시간에 나가 노는 편이 좋다. 어려워 보이고 잘 풀리지 않는 문제는 그 풀이 방법을 달리해 보는 습관을 길러야 한다. 어려운 문제라는 것은 그동안 알지 못한 지식이나 원리가 필요한 문제일 경우가 대부분이다. 따라서 다른 방법으로 풀려는 생각을 해야지 무턱대고 그동안 알고 있는 방법으로 단순 노동을 하지 말아야 한다.

## 2. 5행(行)

### (1) 생각을 많이 하라.

많은 문제를 푸는 것이 아니라 많은 다양한 생각을 하여야 한다. 앞에서 언급하였듯이 수학은 다양하고 깊은 생각을 하는 학문이며 나아가 그를 통해서 새로운 문제를 해결하는 응용력과

새로운 것을 창조하는 능력을 기르는 학문이다. 많은 문제를 풀어 기계적인 생각을 하게 되는 것은 수학을 포기하는 행위이다. 많은 문제를 풀어서 그 중에 몇 문제가 나와 시험을 잘 보는 것보다는 ***다양한 생각으로 어떠한 문제라도 풀 수 있는 능력을 기르는 것***이 수학을 잘하는 비결임을 알아야 한다.

단순하거나, 쉽게 풀 수 있는 문제는 정확하고 신속하게 푼 다음 어려운 문제에 많은 시간을 할애하여 생각을 깊게 하면 처음 적응하는데 시간이 걸리겠지만 습관이 되면 푼 문제의 수가 적고 시간이 덜 걸리더라도 고득점을 할 수 있으며 장기적으로 학년이 높아질수록 수학성적이 좋아지며, 놀 수 있는 시간이 많아진다. 즉 ***많은 문제를 푸는 것보다 많은 생각을 하여야 한다.***

### (2) 과정에 충실 하라.

과정 없이 공식을 외워서 문제풀이에 적용하는 것은 자신의 지식이 되지 않는다. 조금이라도 변형된 문제나 응용력이 요구되는 문제가 나올 경우 당황하게 되고, 특히 평면에서 사용되는 공식은 나오는 과정에 대한 근원적인 이해 없이는 공간에 적용하지 못한다. 즉 지식은 많으나 그 지식을 어디에 어떻게 쓰는지 모르면 그 지식이 많아짐에 따라 뇌 속에서 그 지식은 쓰레기가 되어 공부를 점점 못하게 되는 요인이 된다. 우리 주위에 공부를 많이 했으나 공부를 점점 못해가는 학생을 흔히 볼 수 있다. 따라서 단순한 지식의 암기를 피하고 그 공식이 나오는 과정을 깊이 있게 생각해야 한다. 그 과정에 대한 이해는 차원이 다를 때 그 과정을 차원에 맞게 적용하여 스스로 공식을 만들 수 있고 변형된 문제가 나올 경우 과정을 변형하여 응용력을 기를 수 있다. 그래야만 진정한 자신의 지식이 되고 설령 공식을 잠시 잊었어도 생각하여 머릿속에서 공식을 만들어 내게 된다. 단순한 공식의 암기는 응용력과 창의력을 죽여 시간이 갈수록 점점 공부를 못하는 원인됨을 명심하고 그 과정에 충실하고 공식은 잊어버리는 것이 좋다.

### (3) 혼자 해결하려 노력하고, 가르쳐 주는 습관을 가져라.

될 수 있는 한 모르는 부분은 혼자서 생각해보고 또 생각해봐야 하며 또한 관련 서적을 보거나 인터넷을 검색하여 해결하려고 노력해야 한다. 그래도 모르는 부분은 친구에게 물어보고 서로의 의견을 나누어 본 다음 해결되지 않을 때 ***최후의 방법으로 선생님에게 질문***하여야 한다.

아직 지식의 양이 적고 생각하는 방법에 익숙하지 않은 저학년의 경우 혼자 해결하기에 시간이 많이 걸리겠지만 생각하는 방법을 일깨워주고, 모르는 것을 스스로 알아내는 방법을 가르쳐주면 스스로 공부하는 습관이 길러져서 점점 질문의 양을 줄여나갈 수 있으며 그래야만 자신의 수학적 능력이 커지는 것이다.

또한 친구가 모르는 문제를 물어 왔을 때, 자신이 친구에게 가르쳐준다기보다는 토론의 대상이 되는 것이다. 가르치는 것은 두 번 배운 것과 같다는 말처럼 친구에게 가르쳐줌으로 해서 자신의 지식을 분명하게 하고, 그 부분에 대한 기억이 오래가며, 그 과정에서 논리력과 표현력이

향상됨을 잊어서는 안 된다. 즉 가르쳐준 만큼 친구에게 이익이 되어 자신이 손해(?)가 되는 것이 아니라 가르쳐준 만큼 친구도 이익이고 본인은 지식이 명확해지고 표현력이 좋아져 두 배의 이익이 된다.

### (4) 왜냐고 의문을 가져라.

문제가 어렵고 복잡해 보일 경우 생각 없이 노동으로 풀지 말고, 이 문제는 왜 어려워 보일까? 노동 이외의 다른 풀이 방법이 없을까를 연구하고 여러 가지 푸는 방법을 생각해 보아야 한다. 수학은 언뜻 보기에 어려워 보이는 문제를 쉽게 푸는 방법을 연구하고 풀이를 만들어가는 학문임을 명심하고, 어려운 문제는 반드시 쉽고 간단히 푸는 방법이 있는데, 본인이 잘 알지 못하고 있는 경우가 많으므로 스스로 그 방법을 터득하는 습관을 길러야만, 실전에서 어떠한 어려운 문제가 출제되더라도 풀 수 있다는 자신감을 갖게 되며 진정한 실력자가 된다.

### (5) 겸손하며 수학(선생님)을 좋아(존경)하라.

사회생활의 직업에서도 그 직업이 마음에 들지 않으면 성공하기 힘들듯이 아무리 뛰어난 학생이라도 그 과목의 선생님 또는 과목이 싫으면 그 과목 공부에 집중이 되지 않고 능률이 오르지 않는다. 따라서 그 과목의 공부를 잘하려면 선생님을 좋아하려 노력해야 하고 뒤에 이야기하지만 선생님도 학생들이 좋아하도록 여러 가지 노력을 하여야 한다. 강의는 상호작용이므로 아무리 명 강의를 하여도 선생님이 싫으면 듣지 않고, 들려오지도 않는다. 한편 강의 실력이 좀 떨어지더라도 학생과 선생님 간에 신뢰가 생기면 내용이 머릿속에 잘 들어와 공부를 잘하게 된다. 따라서 선생님은 학생들에게 신뢰와 존경심이 들도록 항상 노력하고 학생들에게 애정 어린 관심과 조언을 하여야 하며, 학생은 설령 선생님이 거짓말을 하여도 참말처럼 들려야 공부를 잘 할 수 있다. 아무리 명강사라도 학생 스스로 선생님을 존경하려고 노력하고 노력을 하여도 되지 않으면 성적이 오르지 않을 것이므로 학원을 바꾸는 것이 좋다.

조금 안다고 남을 무시하고 선생님 설명을 듣지 않으면 아무리 좋은 두뇌라도 한계가 온다. 자신보다 저학년에게도 배울 수 있어야 하며 배우는 것을 부끄러워 말아야 한다. 항상 배우는 자세를 지녀야 자신이 발전한다. 공자님의 위대함은 자기보다 나이가 어리고 학문이 뒤진 사람에게도 배우는 자세를 가져야 한다고 강조한 것이다.

제1강

# 계산에 관한 원리탐구

## 라틴사각형

# 1. 덧셈식의 곱셈식으로의 전환에 관한 원리탐구

계산에 대한 원리탐구는 수학의 기초에 관한 간단한 약속인 **덧셈을 곱셈으로 전환하는 약속**과 이 약속이 **십진법 및 교환법칙, 결합법칙, (분배법칙)** 등의 수학의 계산 법칙과 어우러져 자유로이 사용하게 되면 수를 편리한 방법으로 변형 또는 재배치하는 사고력이 생겨 계산능력이 월등히 좋아지게 된다. 또한 **정확 · 완벽 · 신속**한 계산을 할 수 있어 수를 계산함에 있어서 많은 편리함과 수학에 대한 흥미를 느낄 수 있다. 계산을 정확하고 신속하게 하는 것은 문제를 풀 때에 시간을 적게 들이고, 생각하는 시간을 늘려 결국 어려운 문제도 잘 풀 수 있는 밑거름이 되므로 잘 익혀 두어야한다.

처음에 원리와 법칙을 이해하고, 활용하려면 많은 노력과 시행착오가 있겠지만 수고로운 만큼 앞으로 어려운 문제나 복잡한 문제를 푸는데 유용하게 쓰이고, 두뇌의 발전에도 큰 도움이 될 것이다.

## 1. 덧셈식의 곱셈식으로의 전환에 관한 원리탐구

### (1) 숫자의 표현

아래의 점들을 직접 세려고하면 몇 개 안될 때는 모르지만 아주 많은 경우에는 세기도 어려울 뿐만 아니라 정확하지가 않다. 규칙적이고 시각적으로 쉽게 세기 위하여 덧셈과 곱셈에 관한 원리를 점을 이용하여 파악해 보자. 점이 가로로 3개, 세로로 2개씩으로 이루어진 점을 예로서 원리를 익혀보자.

• • •
• • •

옆의 점의 개수를 세는 방법에는 가로로 3개씩 묶어서 세는 방법과 세로로 2개씩 묶어서 세는 방법이 있다.

위의 점을 2+2+2 (또는 3+3)으로 표현하며, 2를 3번 더한 것(또는 3을 2번 더한 것)을 $3\times2=2\times3$으로 표현한다.

즉, $2+2+2=2\times3=3\times2$, $3+3=3\times2=2\times3$으로 표현한다.

따라서 다음과 같이 표현한다.

(1) ① $4+4+4=3\times4$ ② $6+6+6+6+6=5\times6$

(2) $3\times9+5\times9=(9+9+9)+(9+9+9+9+9)=8\times9$

(3) $5\times6-2\times6=(6+6+6+6+6)-(6+6)=3\times6$

### (2) 문자에 적용

계산의 사칙(+, −, ×, ÷)을 모두 쓰는 일은 번거로운 일이다. 따라서 혼돈을 일으키지 않는다면 그중에서 하나를 생략하고 쓰지 않을 경우에 그중에서 어떤 연산이 생략되었다는 약속을 하면 편리 할 것이다. 사칙(+, −, ×, ÷) 중에서 ×를 생략할 경우 역수를 사용하면 ÷에도

적용할 수 있어서 ×를 생략하는 것이 가장 편리하다.

앞과 같은 덧셈과 곱셈에 관한 숫자의 계산 원리는 문자에도 같이 적용된다. 단지, 숫자는 $2\times3$을 23으로 쓰면 십진법에 의하여 $23=20+3$이 되므로 곱셈부호를 생략할 수 없지만 문자에서는 $2\times a=2a$로 쓸 수 있다는 차이점을 제외하고 같이 적용된다.
$x+x+x=3\times x=3x$로 표현하며, 문자 $x$를 3번 더했으므로 곱셈으로 나타내면 $3\times x$가 되고 문자와 숫자 사이에는 곱하기 부호를 생략하여 쓴다. 또는 문자와 숫자 사이, 숫자와 숫자 사이의 중앙에 " • " 부호를 사용하여 쓸 수 있다. 문자의 사용은 학년이 올라감에 따라 미지수(모르는 숫자)의 해결이나 증명에 많이 쓰이게 되므로 잘 익혀 놓도록 하자.
따라서 덧셈과 곱셈에 관한 숫자와 문자의 계산 원리는 다음과 같이 적용된다.

| | | |
|---|---|---|
| $7=1\times7$ | $\square=\square\times1=1\times\square$ | $x=1\times x=x$ |
| $7+7=2\times7$ | $\square+\square=\square\times2=2\times\square$ | $x+x=2\times x=2x$ |
| $7+7+7=3\times7$ | $\square+\square+\square=\square\times3=3\times\square$ | $x+x+x=3\times x=3x$ |
| $7+7+7+7=4\times7$ | $\square+\square+\square+\square=\square\times4=4\times\square$ | $x+x+x+x=4\times x=4x$ |
| $7+7+7+7+7=5\times7$ | $\square+\square+\square+\square+\square=\square\times5=5\times\square$ | $x+x+x+x+x=5\times x=5x$ |

(1) ① $\triangle+\triangle+\triangle=3\times\triangle$ ② $b+b+b=3\times b=3b$

(2) ① $2\times\square+3\times\square=(\square+\square)+(\square+\square+\square)=5\times\square$

② $5\times\square-2\times\square=(\square+\square+\square+\square+\square)-(\square+\square)=3\times\square$

③ $2\times a+3\times a=(a+a)+(a+a+a)=5\times a=5a$

④ $5\times a-3\times a=(a+a+a+a+a)-(a+a+a)=2\times a=2a$

**[원리의 이해]**

$2a+3a$의 계산에서 문자의 합이나 차는 문자 앞의 계수를 더하거나 뺀 다음에 문자를 붙인다고 외워서는 안 되고, 오히려 문자의 합이나 차가 원래의 약속 즉 $2\times a=2a$에서는 $a$를 2번 더해주었고, $3\times a=3a$에서는 $a$를 3번 더해준 것이므로 $a$를 모두 5번 더하므로 $5a$가 되어 결국 계수끼리 더하거나 뺀 다음에 $a$를 붙이는 것으로 이해하여야 한다. 그래야만 복잡해 보이는 문제에서 혼돈이 없이 문제를 쉽게 풀 수 있고 여러 응용문제의 풀이가 원활해짐을 명심하고 그 기본에 간단한 약속에 대한 원리가 있음을 꼭 기억해야 한다.

## 탐구예제 1

다음 물음에 답하여라.

(1) 다음 계산을 곱셈을 써서 표현하여라.

① $2+2+2+2$ ② $2\times3+6\times3$ ③ $6\times4-3\times4$

(2) 다음을 곱셈을 써서(또는 생략하여)간단히 하여라.

① $\square+\square+\square+\square$ ② $2\times\square+3\times\square$ ③ $5\times\square-3\times\square$

④ $a+a+a$ ⑤ $2a+3a$ ⑥ $5a-3a$

**풀이** 답 : (1) ① $4\times2$ ② $8\times3$ ③ $3\times4$

(2) ① $4\times\square$ ② $5\times\square$ ③ $2\times\square$ ④ $3a$ ⑤ $5a$ ⑥ $2a$

(1) ① 2를 4번 더했으므로 $4\times2$이다.

② $2\times3$은 3을 2번 합한 것$(3+3)$이고, $6\times3$은 3을 6번 합한 것$(3+3+3+3+3+3)$이므로 3을 총 8번 더해준 것 $(3+3)+(3+3+3+3+3+3)$ 즉 $(2+6)\times3=8\times3$이다.

③ $6\times4$는 4를 6번 더한 것이고 $3\times4$는 4를 3번 더한 것이다. 그러므로 4를 6번 더한 것에서 3번 더한 것을 빼준 것 $(4+4+4+4+4+4)-(4+4+4)=(6-3)\times4=3\times4$가 된다.

(2) ① $\square$를 4번 더했으므로 곱셈으로 나타내면 $4\times\square$가 된다.

② $2\times\square+3\times\square$는 $2\times\square$에서는 $\square$를 2번 더했고, $3\times\square$에서는 $\square$를 3번 더 했으므로 $\square$를 총 5번 더한 것이므로 $(2+3)\times\square=5\times\square$가 된다.

③ $5\times\square-3\times\square$는 $5\times\square$에서는 $\square$를 5번 더했고, $3\times\square$에서는 $\square$를 3번 더 했으므로 $\square$를 총 5번 더한 것에서 3번 더한 것을 빼주었으므로 총 2번 더한 것이 남는다.

$5\times\square-3\times\square=2\times\square$ 즉 $(5-3)\times\square=2\times\square$가 된다.

④ 문자 $a$를 3번 더했으므로 곱셈으로 나타내면 $3\times a$가 된다. 문자와 숫자 사이에는 곱셈 부호 생략이 가능하므로 $3a$이다.

⑤ $2a+3a$는 $2\times a=2a$에서는 $a$를 2번 더했고, $3\times a=3a$에서는 $a$를 3번 더 했으므로 $a$를 총 5번 더한 것이므로 $(2+3)\times a=5\times a=5a$가 된다.

⑥ $5a-3a$는 $5\times a=5a$는 $a$를 5번 더한 것이고 $3\times a=3a$는 $a$를 3번 더한 것이므로 5번 더한 것에서 3번 더한 것을 빼주었으므로 $a$를 총 2번 더한 것이므로 $(5-3)\times a=2\times a=2a$이다.

유제

**1** 다음 물음에 답하여라.

(1) 다음 계산을 곱셈을 써서 표현하여라.

① $3+3+3+3+3$

② $4\times5+3\times5$

③ $6\times3-2\times3$

(2) 다음을 곱셈을 써서(또는 생략하여)간단히 하여라.

① $\triangle+\triangle+\triangle$

② $2\times\bigstar+4\times\bigstar$

③ $6\times\diamond-3\times\diamond$

④ $x+x+x+x$

⑤ $3x+4x$

⑥ $5x-2x$

# 2. 십진법(十進法)

수를 나타내는 방법에는 명수법(命數法)과 기수법(記數法)이 있다. 명수법은 수를 말로 나타내는 것이고(하나, 둘, 셋과 같은) 기수법은 수를 기호로 나타내는 것(1, 2, 3과 같은)을 말한다. 기수법은 문명의 시작과 동시에 이루어졌을 것으로 생각된다.

기수법은 다음의 두 가지 요건을 모두 갖추어야 한다.
첫째, 수를 표시하여 여러 가지로 해석이 되면 혼란이 옴으로 표시된 수가 오직 하나의 의미로 쓰여야 한다. 이를 **명확성**이라 한다.
둘째, 아무리 명확하다고 해도 쓰는데 시간이 많이 걸리고, 이해하기 어려우면 사용하려 하지 않을 것이다. 따라서 쓰는데 쉽고, 시간이 적게 걸려야하며 숫자의 개수가 적은 **편리성**을 가지고 있어야 한다. 위와 같이 표현이 명확하고 쓰기가 쉬워야 한다. **명확성과 편리성**의 이 두 가지 요건의 관점에서 다음의 고대의 기수법을 알아보자.

## [1] 고대의 기수법

### (1) 바빌로니아의 위치적 기수법에 의한 쐐기문자

세계 최초로 발견된 수는 고대 메소포타미아에서 진흙으로 만든 판자 위에 쐐기 모양의 문자를 새겨서 썼다. 즉, ▼을 하나부터 아홉 개까지 써서 1~9를 표시하였고, ≺을 하나부터 다섯 개까지 써서 10~50까지 썼다. 그래서 이 문자를 보통 "쐐기문자"라고 부른다. 바빌로니아 수는 위치를 정하여 수를 나타냄으로써 59개의 숫자로 아주 큰 수까지 표현할 수 있었다. 그러나 0을 사용하지 않음으로써 혼란을 불러 일으켰고 60진법을 사용했기 때문에 59개나 되는 많은 숫자가 필요했다는 단점 역시 가지고 있었다.

### (2) 고대 이집트의 가법(加法)적 기수법

고대 이집트에서는 1에서 9까지는 𓏺으로 표시, 10에서 90까지는 𓎆으로 표시, 100에서 900까지는 𓍢으로 표시한다. 이와 같은 표시방법을 가법(加法)적 기수법이라 하며, 덧셈의 원리를 이용하여 수를 표현하는 방법으로 숫자의 위치에 상관없이 해당하는 수 또는 그림을 여러 개 나열함으로써 수를 표현할 수 있다. 필요한 개수만큼 단위(1, 10, 100, … 등)를 나타내는 숫자를 늘어놓는다는 점에서 메소포타미아와 비슷하다. 그러나 메소포타미아의 문자나 숫자가 진흙 판에 새겨져 있으며 60진법을 사용한데 비해 이집트의 숫자는 파피루스라고 하는 갈대로 만든 종이에 썼으며 10진법을 사용하였다.

| 𓏺 | 𓏺𓏺 | 𓏺𓏺𓏺 | 𓏺𓏺𓏺𓏺 | … | 𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺 | 𓎆 | 𓍢 | 𓆼 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | … | 9 | 10 | 100 | 1000 |

### (3) 로마의 뺄셈의 원리에 의한 기수법

로마의 수 표시방법은 10진법 또는 5진법을 사용하고, 뺄셈의 원리(작은 단위의 기호를 보다 큰 단위의 기호 앞에 놓아 두 단위의 차를 나타냄)를 이용하여 이집트의 수 표시방법보다 편하게 수표시를 하였다. 다시 말해서 IV, IX, XL, XC, CD, CM이라는 수는 V, X, L, C, D, M에서 '왼쪽'에 붙어 있는 I, X, C에 해당하는 수만큼 '빼'수라는 것이다. 예를 들어, IV의 경우 V는 5를 I는 1을 의미한다. 이때 I가 V의 '왼쪽'에 붙어 있으므로 5에서 1을 '빼' 수가 된다. 즉 5−1=4가 되는 것이다.

| I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XL | L | XC | C | CD | D | CM | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 40 | 50 | 90 | 100 | 400 | 500 | 900 | 1000 |

### (4) 중국 한나라의 승법(乘法)적 기수법

고대 중국에서는 1부터 4까지는 그 수만큼 막대를 사용하여 가로쓰기로 나타내고 5가 되면 새로운 기호를 썼다. 그 후 한나라에서는 234를 한나라의 숫자로 표현하면 二百三十四이다. 이는 百이 2개, 十이 3개, 1이 4개 있다는 뜻이다.

이는 234=2×100+3×10+4×1 즉, 二×百+三×十+四×一에서 곱셈기호를 생략하여 二百三十四가 된 것이다. 이와 같은 뜻에서 이것을 곱셈원리에 의한 기수법 또는 승법(乘法)적 기수법이라 한다.

| 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | 百 | 千 | 萬 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 100 | 1000 | 10000 |

## [2] 십진법

### (1) 십진법의 뜻

1이 10개 모여 10, 10이 10개 모여 100, 100이 10개 모여 1000, …과 같이 **편리성**을 위하여 **자리가 왼쪽으로 위치를 한자리씩 올라감에 따라 자리 값이 10배씩 커지는 수의 표시 방법**으로 위치적 10진 기수법이라 표현하는 것이 자세한 표현이다. 10진법은 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9의 10개의 수를 사용하고, 0은 그 위치의 자리가 비워져있음을 표시하여 **명확성을 확보**하였다.

### (2) 십진법의 전개식

**십진법의 원래의 뜻을 덧셈과 곱셈으로 표시한 것**을 십진법의 전개식이라고 하는데 예를 들면 다음과 같다.

$1234=1000+200+30+4=1\times1000+2\times100+3\times10+4\times1$

$3205=3\times1000+2\times100+0\times10+5\times1$

즉 위의 1234에서 3은 30, 2는 200, 1은 1000을 뜻하기로 약속하여 수의 표시를 편리하게 한 것이다. 1234의 3은 30, 3205의 3은 3000을 표시하므로 1234의 3과 3205의 3은 $\frac{3000}{30}=100$(배)의 차이가 난다.

### (3) 위치적 십진법에서의 필요성(명확성)

위치가 비워져있을 때, 위치를 나타내는 0이 없다면, 12 3이라고 쓰여 있다면 이 수가 '백 이십 삼'인지 '천이백 삼'인지, 또는 '만 이천 삼'인지 더 나아가 '천 이백 삼십'인지 알 수 없어 수에 대한 위치적 혼란이 온다. 따라서 0은 십진법에서 **명확성을 위해 매우 중요한 역할**을 한다.

## 탐구예제 2

다음 물음에 답하여라.

(1) 다음을 십진법의 전개식으로 써라.

① 4321 ② 209

(2) 다음 수에서 ㉠이 나타내는 수는 ㉡이 나타내는 수의 몇 배인가?

9 9 9 9 9 9 9
↑ ↑
㉠ ㉡

**풀이** 답 : (1) ① $4\times1000+3\times100+2\times10+1$ ② $2\times100+0\times10+9$ (2) 1000배

(1) 십진법은 10배가 되면 왼쪽으로 위치가 한 자리씩 올라가고 그 위치에 숫자가 없으면 0을 써서 위치를 나타내는데 혼돈을 피한다.
천의 자리 4는 4000, 백의 자리 3은 300, 십의 자리 2는 20, 마지막은 1이므로 다음과 같이 표현한다.
$4\times1000+3\times100+2\times10+1$

(2) (해1) 9 9 9 9 9 9 9에서 ㉠의 9는 실질적으로 90000을 나타내고 ㉡의 9는 90을 나타내므로
㉠ ㉡
$\frac{90000}{90}=1000$(배) 크다.
(해1) ㉠이 ㉡보다 왼쪽으로 위치가 3칸 이동하였으므로 $10\times10\times10=1000$(배) 크다.

## 유제 2

다음 물음에 답하여라.

(1) 다음 수를 십진법으로 써라.

① $2000+900+7$ ② $2\times10000+1\times100+40$

(2) 다음 수에서 ㉠이 나타내는 □는 ㉡이 나타내는 수의 500배일 때 ㉠에 들어갈 숫자를 구하여라.

2 3 □ 6 7 4 8
↑ ↑
㉠ ㉡

# 3. 교환, 결합법칙과 그 응용

## [1] 사칙계산의 일반적 원칙과 정확하고 신속한 계산의 필요성

### (1) 사칙계산의 일반적 원칙

① 덧셈 · 뺄셈 · 곱셈 · 나눗셈과 괄호가 섞여 있는 경우에는 **괄호를 먼저 계산**하고, **곱셈 · 나눗셈**, 덧셈 · 뺄셈 순으로 계산한다.

② 곱셈 · 나눗셈이 섞여 있는 경우에는 **왼쪽부터 차례대로** 계산한다.

③ 덧셈 · 뺄셈이 섞여 있는 경우에는 **왼쪽부터 차례대로** 계산한다.

### (2) 필요성

**계산의 정확성과 신속성은 수학의 전제조건**이다. 아무리 뛰어난 수학적 능력을 가졌어도 계산이 부정확하고 속도가 느리면 수학적 재능이 발휘되지 못한다. 계산의 정확성과 신속성은 수학의 계산 법칙과 십진법의 이해를 통하여 매우 좋아진다.

계산을 순서대로 하면 시간이 많이 걸리며 복잡하고 정확성이 떨어지므로 덧셈, 곱셈의 교환 · 결합법칙과 십진법의 원리를 이용하여 시간이 많이 걸리고 복잡해 보이는 계산이 정확하고 신속하게 된다. 단순한 계산에서는 그 효용성을 크게 느끼지 못하나 복잡한 계산의 경우 매우 유용하고 편리하다.

### (3) 정확하고 신속한 계산의 예

① $19+35+181+65$의 계산

$19+35+181+65=54+181+65=235+65=300$과 같이 순서대로 계산하면 복잡하고 시간이 많이 걸린다. 그러나 다음과 같이 교환 · 결합 및 십진법의 원리를 이용하면 신속하고 정확하게 풀린다.

$19+35+181+65=19+181+35+65=200+100=300$

② $7\times2\times3\times5$의 계산

$7\times2\times3\times5=14\times3\times5=42\times5=210$과 같이 순서대로 계산하면 복잡하고 시간이 많이 걸린다. 그러나 다음과 같이 교환 · 결합 및 십진법의 원리를 이용하면 계산이 정확하고 신속하여 편리하다.

$7\times2\times3\times5=7\times3\times2\times5=21\times10=210$

## [2] 교환법칙(위치 바꾸기)

### (1) 덧셈의 교환법칙

덧셈의 좌우를 서로 바꾸어 더해도 두 수의 합은 변하지 않는다. 이와 같은 연산법칙을 덧셈의 교환법칙이라고 한다. 즉 $2+3=3+2$, $\square+\triangle=\triangle+\square$, $a+b=b+a$이다.

### (2) 곱셈의 교환법칙

곱셈의 좌우를 서로 바꾸어 곱해도 두 수의 곱은 변하지 않는다. 이와 같은 연산법칙을 곱셈의 교환법칙이라고 한다. 즉, $2\times3=3\times2$, $\square\times\triangle=\triangle\times\square$, $a\times b=b\times a \leftrightarrow ab=ba$이다.
뺄셈, 나눗셈의 교환법칙은 성립하지 않는다.(예 $2-3\neq3-2$, $2\div3\neq3\div2$)
그러나 $2+(-3)=(-3)+2$, $2\div3=\frac{1}{3}\times2$와 같이 괄호와 역수(또는 부호와 같이 이동)를 이용하면 가능하다.

## [3] 결합법칙(계산 순서 바꾸기)

### (1) 덧셈의 결합법칙

3개 이상의 수를 서로 더할 때는, 먼저 앞의 두 개의 수를 서로 더하고, 다시 3번째 수를 더하는 것과 먼저 뒤의 두 개의 수를 서로 더하고 다시 첫 번째 수와 서로 더하여도 그 합은 변하지 않는다. 즉, $(2+3)+7=2+(3+7)$, $(a+b)+c=a+(b+c)$이다.

### (2) 곱셈의 결합법칙

3개 이상의 수를 서로 곱할 때는, 먼저 앞의 두 개의 수를 서로 곱하고, 다시 3번째 수를 곱하는 것과 먼저 뒤의 두 개의 수를 서로 더하고 다시 첫 번째 수와 서로 곱하여도 그 곱은 변하지 않는다. 즉, $(3\times2)\times5=3\times(2\times5)$, $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$이다.

## [4] 응용

앞에서 배운 십진법의 원리와 덧셈, 곱셈의 교환법칙, 결합법칙을 이용하면 복잡해 보이는 계산이 쉽게 풀리게 된다. 단순한 계산에서는 그 효용성을 크게 느끼지 못하나 복잡한 계산의 경우 매우 유용하고 편리하다. 실제 계산에서 많이 사용됨으로 잘 익혀서 신속하고 정확한 계산이 되도록 한다.

① 덧셈의 계산에서 교환법칙과 10진법의 원리를 응용하여 합이 10, 100, 1000, …이 되는 부분끼리 먼저 계산하면 아래의 예처럼 훨씬 계산이 간편 신속, 정확하다.
$7+12+3+188=7+3+12+188=10+200=210$

(덧셈의 교환법칙을 이용하여 합이 10, 200이 되도록 12와 3을 교환하여 계산이 쉽게 한다.)
실제의 계산에서는 $7+12+3+188=7+3+12+188=10+200=210$과 같이 마음속으로만 줄을 그은 부분을 계산하여 암산으로 하도록 한다. 다음의 풀이는 편의 상 암산한 부분에 줄을 그은다.

② 곱셈의 계산에서 교환법칙과 소인수 2와 5의 곱을 이용한 10진법의 원리를 응용하여 $10=2\times5$, $100=4\times25$, $1000=8\times125$, …이 되는 부분을 먼저 계산하면 순서대로 계산할 때 보다 아래의 예처럼 복잡하던 계산이 매우 간편해진다.
이 부분을 잘 기억하여 실제의 계산에 사용하면 예전의 계산보다 훨씬 빠르고, 정확하여 수학문제 푸는데 많은 도움이 될 것이다.
$2\times3\times5\times6=3\times6\times2\times5=18\times10=180$
(곱셈의 교환법칙을 이용하여 곱이 10, 100, 1000, …이 되는 2와 5 계산을 한다.)
$2\times3\times5\times6=18\times10=180$과 같이 곱셈도 마음속으로만 줄을 그은 부분을 계산하여 암산으로 하도록 한다.

## 탐구예제 3

다음을 계산하여라.

(1) $1+4+9+16$

(2) $56+47+32+44+168$

(3) $156+49-56+51$

(4) $12.7+4.3+7.3$

(5) $20+19-18-17+16+15-14-13+\cdots+4+3-2-1$

(6) $22+19+23+20+25+17+16+21$

**풀이** 답 : (1) 30 (2) 347 (3) 200 (4) 24.3 (5) 20 (6) 163

덧셈의 교환법칙과 10진법의 원리를 응용하여 합이 10, 100, 1000, …이 되는 부분끼리 먼저 계산하고, 뺄셈의 경우 교환법칙은 성립되지 않으나 괄호(또는 부호와 같이 이동)를 이용하면 가능하므로 이를 이용하면 순서대로 계산할 때보다 복잡하던 계산이 훨씬 계산이 간편 신속, 정확하다.

(1) 교환법칙을 이용하여 1과 9를 먼저 더해주면 10이 되고 4와 16을 더해주면 20이 되므로 $1+4+9+16=10+20=30$으로 더 간단하게 계산할 수 있다.

(2) $56+47+32+44+168=(56+44)+(32+168)+47=100+200+47=347$

(3) $156+49-56+51=156-56+49+51=100+100=200$

(4) $12.7+4.3+7.3=12.7+7.3+4.3=20+4.3=24.3$

위의 계산은 실제에서는 마음속으로 줄을 그으면서 계산하도록 연습하여 신속하고 정확한 계산의 습관을 기르도록 한다.

(5) 규칙적으로 덧셈과 뺄셈이 되어있는 계산은 교환법칙을 응용하여 계산하면 편리하다.
$(준식)=(20-18)+(19-17)+(16-14)+(15-13)+\cdots+(4-2)+(3-1)=2\times10=20$

(6) 일정한 수를 중심으로 크고 작은 수가 합해진 경우는 그 수를 중심으로 합과 차를 이용하여 계산하면 편리하다. $(준식)=20\times8+(2-1+3+0+5-3-4+1)=160+3=163$

## 유제 3

다음을 계산하여라.

(1) $22+116+18+4$

(2) $6+42+32+58+164$

(3) $156-44+84-56$

(4) $17.3+4.9-7.3$

(5) $30+29+28-27-26-25+24+23+22-21-20-19+\cdots+6+5+4-3-2-1$

(6) $122+118+124+120+125+117+119+121+129+112$

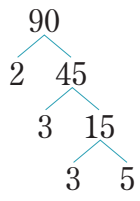
# 4. 소인수분해를 응용한 곱셈 · 나눗셈

## [1] 소인수분해

소수(prime number)란 약수의 개수가 2개인 수 또는 1과 자기 자신의 수만으로 나누어지는 수를 말한다.(소수 찾기는 원리Ⅲ에서 한다.) 자연수를 소수의 곱으로 나타내는 것을 소인수분해라고 한다. 예를 들어 90을 소인수분해하는 방법은 다음과 같다.
수를 소인수분해 해놓을 때는 작은 수에서 큰 수의 곱으로 나타낸다.

(방법1) $90=9\times10=3\times3\times2\times5=2\times3\times3\times5$

(방법2)




$\therefore\ 90=2\times3\times3\times5$

(방법3)

$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ & 5 \end{array}$$

위의 방법 중 소인수분해를 작은 소인수로 나누는 (방법2), (방법3)은 많은 시간이 소요 되므로 (방법1)처럼 머릿속에서 수를 분해하여 한 번에 소인수분해를 하는 습관을 길러야 시간이 절약되고 문제를 푸는 방법에 시간을 많이 할애할 수 있어 어려운 문제를 해결할 수 있다. 힘들더라도 반드시 반복 연습하여 암산으로 하는 습관을 길러두기 바란다.

특히 10진법을 씀으로 아래와 같은 수를 머릿속에서 직접 분해하는 습관을 기르면 계산력이 매우 좋아진다.

① $4=2\times2$, $8=2\times2\times2$, $16=2\times2\times2\times2$, $32=2\times2\times2\times2\times2$, …

② $25=5\times5$, $125=5\times5\times5$, $625=5\times5\times5\times5$, …

③ $10=2\times5$, $100=2\times2\times5\times5$, $1000=2\times2\times2\times5\times5\times5$, …

## [2] 소인수분해를 응용한 계산

소인수분해는 각종 계산에서 많이 쓰이고 곱이나 나누기 계산에서 아주 편리하게 응용된다. 곱셈이나 나눗셈 계산에서 처음부터 곱하거나 나누지 말고 오히려 소인수분해하여 놓은 다음 마지막에 곱셈이나 나눗셈 계산을 하는 순서를 지키면 계산이 간편함을 명심하여야 한다. 즉 **직접 곱하거나 나누는 것은 최후에 한다.**

다시 말해서, 숫자를 소인수분해한 다음 십진법의 원리를 적용하여 10, 100, 1000, …이 되는 부분을 먼저 계산하고, 나눗셈이 섞여있는 경우 약분(분모와 분자가 같은 인수끼리 없애는 것)을 한 다음 계산하는 것이 신속하고 편리하다. 생각 없이 기존의 직접 계산법을 쓰면 곱하거나 나누는 것이 중복되어 시간이 많이 필요하고 정확성이 떨어지므로 힘들어도 아래와 같은 계산을 반복적으로 하여 계산력 기르기 힘쓰기 바란다. 어렵다고 절대로 피하지 말기 바라며, 힘든 만큼 계산력이 매우 좋아진다.

① $25\times8=5\times5\times2\times2\times2=(5\times2)\times(5\times2)\times2=10\times10\times2=200$

② $200\div25=2\times100\div25=\dfrac{2\times2\times5\times2\times5}{5\times5}=8$

## 탐구예제 4

다음을 소인수분해 하여라.

(1) 4 (2) 16 (3) 25 (4) 10

(5) 100 (6) 12 (7) 40 (8) 120

**풀이** 답 : (1) $2\times2$ (2) $2\times2\times2\times2$ (3) $5\times5$ (4) $2\times5$ (5) $2\times2\times5\times5$ (6) $2\times2\times3$ (7) $2\times2\times2\times5$ (8) $2\times2\times2\times3\times5$

(1) $4=2\times2$ (2) $16=2\times2\times2\times2$ (3) $25=5\times5$

(4) $10=2\times5$ (5) $100=2\times2\times5\times5$ (6) $12=4\times3=2\times2\times3$

(7) $40=4\times10$이고 $4=2\times2$, $10=2\times5$이므로 $40=2\times2\times2\times5$이다.

(8) $120=12\times10$이고 $12=2\times6=2\times2\times3$, $10=2\times5$이므로 $120=2\times2\times2\times3\times5$이다.

유제

**4** 다음을 소인수분해 하여라.

(1) 8 (2) 32 (3) 125 (4) 20

(5) 50 (6) 49 (7) 36 (8) 270

**탐구예제 5**

다음을 계산하여라.

(1) $5\times7\times2\times3$

(2) $2\times6\times5\div2$

(3) $4\times3\times25\times9$

(4) $4\times6\times25\div2$

**풀이** 답 : (1) 210 (2) 30 (3) 2700 (4) 300

곱셈의 계산에서 교환법칙과 소인수 2와 5의 곱을 이용한 10진법의 원리를 응용하여 $10=2\times5$, $100=4\times25$, $1000=8\times125$, …이 되는 부분을 먼저 계산하고, 나눗셈의 교환법칙은 성립하지 않으나 역수(또는 부호와 같이 이동)를 이용하면 가능하므로 이를 이용하면 순서대로 계산할 때 보다 복잡하던 계산이 매우 간편해진다.

(1) $5\times7\times2\times3=7\times3\times5\times2=210$

(2) $2\times6\times5\div2=2\times5\times6\div2=10\times3=30$

(3) $4\times3\times25\times9=3\times9\times4\times25=2700$

(4) $4\times6\times25\div2=6\div2\times4\times25=300$

위의 계산은 실제에서는 마음속으로 줄을 그으면서 계산하도록 연습하여 신속하고 정확한 계산의 습관을 기르도록 한다.

**유제 5** 다음을 계산하여라.

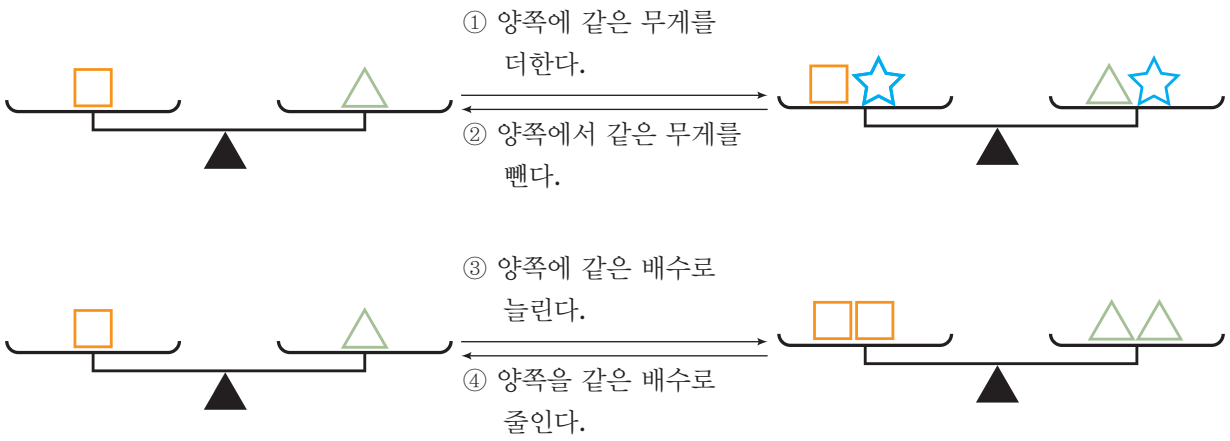
(1) $5\times1.2\times2\times3$

(2) $4\times9\times25\div3$

(3) $8\times7\times125\times3$

(4) $4\div7\times25\times21$

# 5. 등식의 원리




위의 그림을 통해서 알 수 있는 등식의 성질은 $\square=\triangle$, $a=b$라면 다음 4가지가 있다.

| | | |
|---|---|---|
| ① $\square+\star=\triangle+\star$ | $a+c=b+c$ | 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다. |
| ② $\square-\star=\triangle-\star$ | $a-c=b-c$ | 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. |
| ③ $\square\times\odot=\triangle\times\odot$ | $a\times c=b\times c$ | 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다. |
| ④ $\frac{\square}{\odot}=\frac{\triangle}{\odot}$(단, $\odot\neq0$) | $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$(단, $c\neq0$) | 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다. |

등식의 성질을 이용하여 □를 구하는 과정은 다음과 같다.

1. 등식의 성질 ①

| | |
|---|---|
| $\square-4=13$ | $x-4=13$ |
| $\square-4+(4)=13+(4)$ | $x-4+(4)=13+(4)$ |
| $\therefore\ \square=17$ | $\therefore\ x=17$ |

2. 등식의 성질 ②

| | |
|---|---|
| $\square+8=12$ | $x+8=12$ |
| $\square+8-(8)=12-(8)$ | $x+8-(8)=12-(8)$ |
| $\therefore\ \square=4$ | $\therefore\ x=4$ |

3. 등식의 성질 ③

| | |
|---|---|
| $\frac{\square}{3}=4$ | $\frac{x}{3}=4$ |
| $\frac{\square}{3}\times(3)=4\times(3)$ | $\frac{x}{3}\times(3)=4\times(3)$ |
| $\therefore\ \square=12$ | $\therefore\ x=12$ |

4. 등식의 성질 ④

| | |
|---|---|
| $3\times\square=9$ | $3x=9$ |
| $\frac{3\times\square}{(3)}=\frac{9}{(3)}$ | $\frac{3x}{(3)}=\frac{9}{(3)}$ |
| $\therefore\ \square=3$ | $\therefore\ x=3$ |

## 탐구예제 6

한 사각형 안의 $A$, $B$, $C$, $D$는 서로 다른 수를 나타내며, 같은 문자는 같은 수를 나타낸다. 한 줄에 놓인 네 수의 합이 다음과 같을 때, □ 안에 들어갈 수는 얼마인지 구하여라.

(1)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $A$ | $D$ | $A$ | $D$ | 20 |
| $B$ | $C$ | $B$ | $B$ | 14 |
| $C$ | $D$ | $D$ | $C$ | 18 |
| $B$ | $D$ | $B$ | $B$ | 13 |
| □ | | | | 15 |

(2)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $C$ | $A$ | $B$ | $C$ | |
| $D$ | $B$ | $A$ | $C$ | |
| $A$ | $C$ | $B$ | $C$ | |
| $B$ | $D$ | $A$ | $D$ | 50 |
| □ | | 40 | 45 | |

**풀이** 답 : (1) 17 (2) 45

(1) $C+D+D+C=18$이므로 $C+D=9$이다.
$D+B+C+B=15$에서 $9+B+B=15$, $B=3$이다.
$B+C+B+B=14$, $3+C+3+3=14$, $C=5$이므로 $C+D=9$에서 $D=4$이다.
$A+D+A+D=20$, $A=6$이므로 $A+B+C+B=6+3+5+3=17$이다.

(2) $B+A+B+A=40$이므로 $B+A=20$이다.
$B+D+A+D=50$에서 $B+A=20$이므로 $D+D=30$, $D=15$이다.
$C+C+C+D=45$에서 $D=15$이므로 $C=10$이다.
따라서 $C+D+A+B=10+15+20=45$이다.

**유제**

**6** 한 사각형 안의 $A$, $B$, $C$, $D$와 각 모양들은 서로 다른 수를 나타내며, 같은 문자와 모양은 같은 수를 나타낸다. 한 줄에 놓인 네 수의 합이 다음과 같을 때, □ 안에 들어갈 수는 얼마인지 구하여라.

(1)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ○ | ○ | ○ | ◈ | 12 |
| ◈ | ☆ | ○ | ☆ | |
| ◈ | ☆ | ☆ | ◈ | 14 |
| ◈ | ○ | ◈ | ○ | |
| □ | | | | 15 |

(2)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $A$ | $C$ | $B$ | $B$ | 21 |
| $B$ | $B$ | $C$ | $A$ | |
| $A$ | $C$ | $B$ | $C$ | |
| $B$ | $A$ | $C$ | $A$ | |
| 22 | □ | | 20 | |

# 6. 라틴사각형(數獨, sudoku)

세계적으로 인기를 끌고 있는 일명 스도쿠는 18세기 스위스 수학자 레온하르트 오일러(Euler, Leonhard 1707~1783)가 고안한 라틴사각형이란 게임에서 유래되었다. 스도쿠(數獨, sudoku)는 數獨이란 "숫자가 혼자 있다."라는 뜻의 한자의 일본식 발음으로 숫자들이 겹치지 말아야 한다는 의미를 가지고 있다. 이 퍼즐은 숫자를 하나씩 확인하는 것과 주변의 숫자를 빨리 찾아내는 훈련을 통하여 짧은 시간동안 많은 생각을 할 수 있게 한다. 이 훈련을 함으로써 **집중력, 추리력, 분석력**을 기르며, **직관력과 공간인식**을 기르는데 도움이 된다. 여기서는 일본식 발음이 아닌 우리발음으로 **수독**이라고 한다.

### (1) 라틴사각형의 종류

① 수독 2×2

수독 2×2는 16칸의 정사각형 안에 모든 가로, 세로, 굵은 테두리의 2×2(이하 블록이라 한다.)의 4칸에 1부터 4의 숫자가 중복되지 않게 한 번씩 숫자를 넣는다.

② 수독 3×2

수독 3×2는 36칸의 정사각형 안에 모든 가로, 세로, 블록의 6칸에 1부터 6의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 한 번씩 넣는다.

③ 수독 3×3

수독 3×3은 81칸의 정사각형 안에 모든 가로, 세로, 블록의 9칸에 1부터 9의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 한 번씩 넣는다.

④ 기타 여러 가지 변형된 수독

$A$, $B$, $C$를 포함한 4×3수독 $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $G$를 포함한 4×4수독, 홀수와 짝수, 큰 수와 작은 수의 개념이 포함된 수독 등이 있다.

### (2) 수독 3×2의 풀이 보기

3×2를 푸는 방법도 2×2를 푸는 방법과 유사하다.
수독판을 자세히 본 후 다음과 같은 방법을 차례로 또는 선택적으로 실행한다.

① 확실한 부분을 채운다.

( i ) 가로, 세로, 3×2의 블록 안의 가장 많이 채워진 숫자를 찾아서 확실한 부분을 채운다.
**( ii ) 확실한 부분을 채운 후 또다시 확실한 부분이 있나 확인하여 다시 채운다.**
(iii) 그래도 채울 수 없을 때는 다음과 같은 방법을 선택적으로 실행해 한다.
즉, **②와 ③, ④중에서 쉬운 것 또는 가능한 것을 선택하여 실행**해야 한다.

② 가장 많이 채워진 숫자를 찾는다.

1에서 6까지 수 중에서 가장 많이 채워진 숫자를 찾는다.

( i ) 3×2의 가장 많은 숫자를 찾아보면 6이 5개로 6이 없는 블록의 3×2의 6칸의 숫자에 다른 블록에 있는 6을 찾아 가로줄, 세로줄에 초록색을 칠하면 나머지 빈칸인 흰색 칸에 6이 들어가게 된다.

( ii ) **확실한 부분을 채운 후 또다시 확실한 부분이 있나 확인하여 다시 채운다.**

숫자를 채우고 난 다음에 확실한 부분이 있으면 그곳에 수를 넣는다.(빗금 친 부분에 4, 2, 5)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | | | 6 | |
| 6 | | 5 | 4 | 1 | |
| | | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | | |
| | 1 | 6 | 5 | | 3 |
| | 5 | | | 2 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | | | 6 | |
| 6 | | 5 | 4 | 1 | |
| | | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | 5 | |
| 2 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| | 5 | | 6 | 2 | 1 |

③ 다음으로 많이 채워진 숫자를 찾는다.

1이 4개, 2가 2개, 3이 3개, 4가 3개, 5가 4개이고, 6은 이미 6개를 모두 채웠다.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | | | 6 | |
| 6 | | 5 | 4 | 1 | |
| | | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | 5 | |
| 2 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| | 5 | | 6 | 2 | 1 |

( i ) 1의 경우 1이 없는 블록의 3×2의 6칸의 숫자에 다른 블록에 있는 1을 찾아 가로줄, 세로줄에 초록색을 칠하면 나머지 빈칸인 빗금 친 칸에 1이 들어가야 할 영역이 서로 교환되는 공유가 발생한다. 이와 같은 경우 이 영역은 보류하고 다른 숫자를 찾아 채워 넣어야 한다. 즉, **숫자가 교환될 경우 보류하라!**

( ii ) 5의 경우 5가 없는 블록의 3×2의 6칸의 숫자에 다른 블록에 있는 5를 찾아 가로줄, 세로줄에 초록색을 칠하면 빈칸에 확실한 부분을 찾아낸다. 나머지 빈칸인 빗금 친 칸에 5만이 유일하게 넣을 수 있다.

(iii) **확실한 부분을 채운 후 또다시 확실한 부분이 있나 확인하여 다시 채운다.** 빗금 친 부분에 차례대로 4, 3을 넣는다.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | | | 6 | |
| 6 | | 5 | 4 | 1 | |
| | | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | 5 | |
| 2 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| | 5 | | 6 | 2 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | | | 6 | 5 |
| 6 | | 5 | 4 | 1 | |
| 5 | | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | 5 | |
| 2 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| | 5 | | 6 | 2 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | | | 6 | 5 |
| 6 | | 5 | 4 | 1 | |
| 5 | | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | 5 | |
| 2 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| 4 | 5 | 3 | 6 | 2 | 1 |

④ 가장 적게 남은 칸을 찾는다.

가로, 세로, 3×2블록 안의 가장 적게 남은 칸이나 블록을 찾아 채워야 할 숫자를 확인한 다음 **다른 블록에 있는 숫자를 이용하여 영역을 축소**하고 유일하게 채울 수 있는 빈칸인 부분을 찾아낸다.

(ⅰ) 가장 위 가로줄의 초록색 두 칸이 비어 있고, 이미 그 가로줄에는 1, 4, 5, 6이 있으므로 두 칸에는 2 또는 3이 들어가야 한다. 그러나 초록색 빗금 친 부분은 아래 블록에 3이 있으므로 2를 채우고 초록색 부분에 3을 채운다.

(ⅱ) 확실한 부분을 채운 후 또다시 확실한 부분이 있나 확인하여 다시 채운다.
초록색 부분에 3을 채우고, 빗금 친 부분에 2, 2를 넣은 다음 바둑 모양에 4를 차례대로 넣는다.

(ⅲ) 같은 방법으로 초록색 부분을 채운다.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | | | 6 | 5 |
| 6 | | 5 | 4 | 1 | |
| 5 | | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | 5 | |
| 2 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| 4 | 5 | 3 | 6 | 2 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 2 | 3 | 6 | 5 |
| 6 | | 5 | 4 | 1 | |
| 5 | | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | 5 | |
| 2 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| 4 | 5 | 3 | 6 | 2 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 2 | 3 | 6 | 5 |
| 6 | | 5 | 4 | 1 | |
| 5 | | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | 5 | |
| 2 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| 4 | 5 | 3 | 6 | 2 | 1 |

위 방법을 요약하면 **①이 가능한가를 확인한 뒤 ②와 ③, ④를 선택적으로 하고 ②, ③이나 ④를 실행하여 채운 후에도 ①이 가능한가를 반드시 확인하여 채운 후에 같은 방법을 반복한다. ②, ③ 실행 중 숫자가 교환될 경우 포기하고 다른 방법을 찾아야 한다.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 2 | 3 | 6 | 5 |
| 6 | 3 | 5 | 4 | 1 | 2 |
| 5 | 2 | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | 5 | 4 |
| 2 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| 4 | 5 | 3 | 6 | 2 | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 2 | 3 | 6 | 5 |
| 6 | 3 | 5 | 4 | 1 | 2 |
| 5 | 2 | | | 3 | 6 |
| 3 | 6 | | | 5 | 4 |
| 2 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| 4 | 5 | 3 | 6 | 2 | 1 |

## 탐구예제 7

다음 수독 3×2의 36칸의 정사각형 안에 모든 가로 6칸, 모든 세로 6칸, 모든 블록의 3×2의 6칸에 1부터 6의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 넣어 $a$, $b$에 해당하는 숫자의 합을 구하여라. $\boxed{a} + \boxed{b} = \square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | | $\boxed{a}$ | | | 1 |
| | 1 | | 3 | 2 | |
| | | 3 | 1 | | |
| 4 | | 1 | | | 6 |
| | 2 | 5 | $\boxed{b}$ | 6 | |
| 6 | | | | 1 | 2 |

**풀이** 답 : 6

가장 먼저 가로, 세로, 3×2의 블록 안의 가장 많이 채워진 숫자를 찾아 확실한 부분에 수를 넣는다. 가로, 세로, 3×2의 박스 안의 가장 많이 채워진 숫자를 찾아라!

3×2의 가장 많은 숫자를 찾아보면 1이 5개로 각 1의 숫자에 가로줄, 세로줄, 3×2칸에 연필로 줄을 칠하면 나머지 빈칸인 흰색 칸에 1이 들어가게 된다.

가장 적게 남은 칸이나 블록을 찾아 채워야 할 숫자를 확인한 다음 다른 블록에 있는 숫자를 이용하여 영역을 축소하고 유일하게 채울 수 있는 빈칸인 부분을 찾아낸다.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | $\boxed{a}2$ | 6 | 5 | 1 |
| 5 | 1 | 6 | 3 | 2 | 4 |
| 2 | 6 | 3 | 1 | 4 | 5 |
| 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 6 |
| 1 | 2 | 5 | $\boxed{b}4$ | 6 | 3 |
| 6 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 |

## 유제 7

다음 수독 3×2의 36칸의 정사각형 안에 모든 가로 6칸, 모든 세로 6칸 모든 블록의 3×2의 6칸, 1부터 6의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 넣어 $a$, $b$에 해당하는 숫자의 합을 구하여라. $\boxed{a} + \boxed{b} = \square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | | |
| 3 | 2 | 1 | 6 | | 4 |
| | 6 | $\boxed{a}$ | | 2 | 1 |
| 4 | 1 | | | 6 | |
| | 3 | 4 | 5 | 1 | |
| | 5 | 6 | | $\boxed{b}$ | |

# 종합문제

**1** 우리가 사용하는 십진법에 따르면 0에서 9까지의 숫자 10개로 모든 수를 나타낸다. 하지만 수돌이는 수를 색으로 나타내도 모든 수를 표현할 수 있다. ㉯ ⇨ 1, ㉮ ⇨ 10, ㉰ ⇨ 100, ㉱ ⇨ 1000, ㉲ ⇨ 10000, ㉳ ⇨ 100000, ㉴ ⇨ 1000000, … 등으로 나타낸다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 다음 색으로 나타낸 것을 우리가 사용하는 십진법에 따라 0에서 9까지의 숫자 10개로 수를 나타내어라.

( i ) ㉱㉯㉯㉯㉯ ⇨ (　　)　　( ii ) ㉴㉴㉲㉲㉲㉲㉮㉯㉯ ⇨ (　　)

(2) 다음 색으로 나타낸 것의 덧셈에서 괄호 안을 색으로 채워라.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | ㉱㉱㉱㉱㉱<br>㉱㉱<br>㉱㉱㉱㉱ | ㉰㉰㉰㉰㉰<br>㉰㉰㉰<br>㉰㉰㉰㉰㉰<br>㉰ | ㉮㉮㉮㉮㉮<br>㉮<br>㉮㉮㉮㉮㉮ |
| ＋ | | | |
| | | (　　) | (　　) |
| | (　　) | (　　) | |
| (　　) | ㉱ | | |
| (　　) | (　　) | ㉰㉰㉰㉰㉰ | (　　) |

**2** 다음 물음에 답하여라.

(1) 다음 계산을 곱셈을 써서 표현하여라.

① $7+7+7+7$　　② $4\times9+13\times9$　　③ $8\times9-2\times9$

(2) 다음을 곱셈을 써서(또는 생략하여)간단히 하여라.

① $\triangle+\triangle+\triangle+\diamondsuit+\diamondsuit$　② $5\times\heartsuit+4\times\heartsuit$　③ $16\times\spadesuit-7\times\spadesuit$

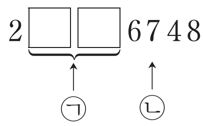
④ $y+y+y+y+y$　⑤ $5y+4y$　⑥ $15y-2y$

**3** 다음 물음에 답하여라.

(1) 다음을 십진법의 전개식으로 써라.

① 5608　　　② 2009

(2) 다음 수에서 ㉠이 나타내는 □□는 ㉡이 나타내는 수의 400배 일 때 ㉠에 들어갈 숫자를 구하여라.




**4** 다음을 십진법과 교환법칙을 응용하여 계산하여라.

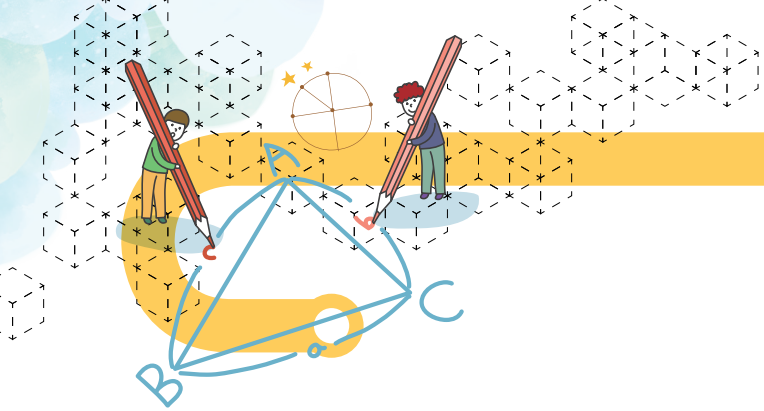
(1) $8+36+32+92+164$　　　(2) $124-16-24+56$

(3) $17.2+27.3-7.3-2.2$　　　(4) $2\times18\times25\div3$

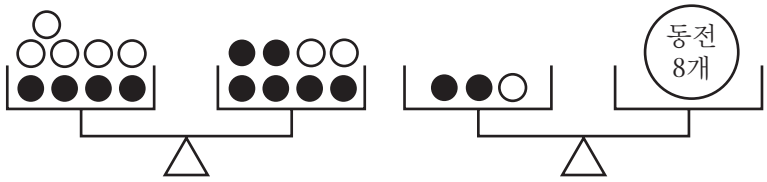
(5) $24\times25\times3$　　　(6) $28\times25\times29\div7$

**5** 다음 그림의 빈칸에 알맞은 수를 써넣어서 이웃하는 네 수의 합이 모두 25가 되도록 할 때, $A$, $B$의 값은 얼마인가?

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 8 | $A$ | | 9 | | 3 | $B$ |




**6** 어떤 구슬가게에 가격이 다음 그림과 같이 그려져 있다. 저울이 평형을 이루고 있다는 것은 양쪽의 가격이 서로 같다는 뜻이다. 동전 1개가 500원일 때 다음 그림에서 흰 구슬 한 개의 값은 몇 원인가?




**7** 빈칸에 어떤 수를 넣으면 가로, 세로, 대각선의 합이 같아진다. 빈칸 $A$에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

| | | |
|---|---|---|
| 5 | $A$ | 9 |
| | | |
| 11 | 4 | |

**8** 그림은 두 자리 수에 대한 계산식을 가로와 세로로 나타낸 것이다. $X$의 값을 구하여라.
(단, 같은 모양의 문자는 같은 수이다.)

$$\begin{array}{ccccccc} A & + & B & - & 15 & = & 16 \\ + & & + & & + & & \\ A & + & 9 & - & C & = & X \\ + & & + & & + & & \\ B & + & 13 & - & A & = & 10 \\ \| & & \| & & \| & & \\ 48 & & 36 & & 41 & & \end{array}$$

**9** 7을 네 번 사용하여 등식이 성립하도록 만들려고 한다. 다음 식의 □ 안에 +, −, ×, ÷의 기호를 알맞게 넣어라.

(1) (7□7□7)□7=8

(2) 7□(7□7)□7=9

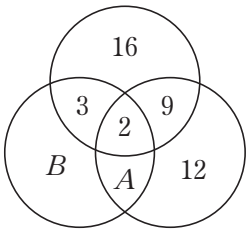
(3) (77□7)□7=10

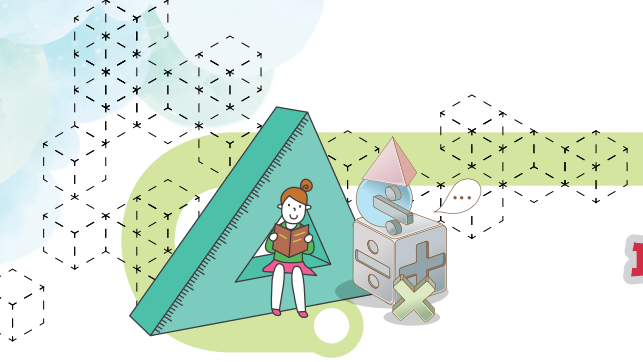
(4) (7□7)□7□7=15

**10** 다음에서 같은 도형은 같은 수를 나타낸다. 사각형 밖에 있는 수들은 그 줄에 있는 도형들이 나타내는 수를 합한 값이다. (  ) 안에 알맞은 수를 써넣어라.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ● | ★ | ■ | ● | 24 |
| ● | ★ | ★ | ■ | 19 |
| ● | ◆ | ◆ | ◆ | 29 |
| ● | ★ | ● | ■ | 24 |
| 32 | 16 | ( ) | 25 | |

**11** 그림에서 각 원 안에 있는 네 수의 합이 모두 같게 하려면 $B$는 얼마인가?





# 퍼즐 종합문제 (라틴사각형)

**1** 다음 수독 3×2의 36칸의 정사각형 안에 모든 가로 6칸, 모든 세로 6칸, 모든 굵은 테두리의 3×2의 6칸에 1부터 6의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 모두 넣고 $a$, $b$에 해당하는 숫자의 합을 구하여라.

(1) $\boxed{a}+\boxed{b}=\square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | | 3 | | 6 |
| | $\boxed{a}$ | 6 | 1 | | 4 |
| 6 | | 5 | | 3 | |
| | | | 4 | $\boxed{b}$ | 5 |
| 4 | | 3 | 5 | | |
| 2 | | | | 4 | 3 |

(2) $\boxed{a}+\boxed{b}=\square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 5 | | 3 |
| | 2 | 3 | | 4 | |
| 3 | 5 | $\boxed{a}$ | | 1 | |
| | 4 | | $\boxed{b}$ | 3 | 5 |
| | | 5 | 1 | | 2 |
| 2 | | 1 | | 5 | |

(3) $\boxed{a}+\boxed{b}=\square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 6 | | | | 4 |
| | 5 | | 1 | $\boxed{b}$ | 2 |
| 4 | 1 | | | 2 | 3 |
| | $\boxed{a}$ | 3 | 4 | 1 | 5 |
| 1 | | 2 | | 4 | |
| 5 | | | | 3 | 1 |

(4) $\boxed{a}+\boxed{b}=\square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | $\boxed{a}$ | 3 | | |
| 3 | | 6 | | 5 | |
| 6 | | 4 | 5 | 2 | |
| 2 | 1 | | 4 | | |
| | 5 | | | $\boxed{b}$ | 3 |
| | | 3 | | 4 | |

(5) $\boxed{a} + \boxed{b} = \square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | | 1 | | 4 | 5 |
| 5 | $\boxed{a}$ | 4 | 1 | | |
| | 6 | | | | |
| | | | | 3 | $\boxed{b}$ |
| | | 6 | 3 | | 2 |
| 3 | 5 | | 6 | | 4 |

(6) $\boxed{a} + \boxed{b} = \square$

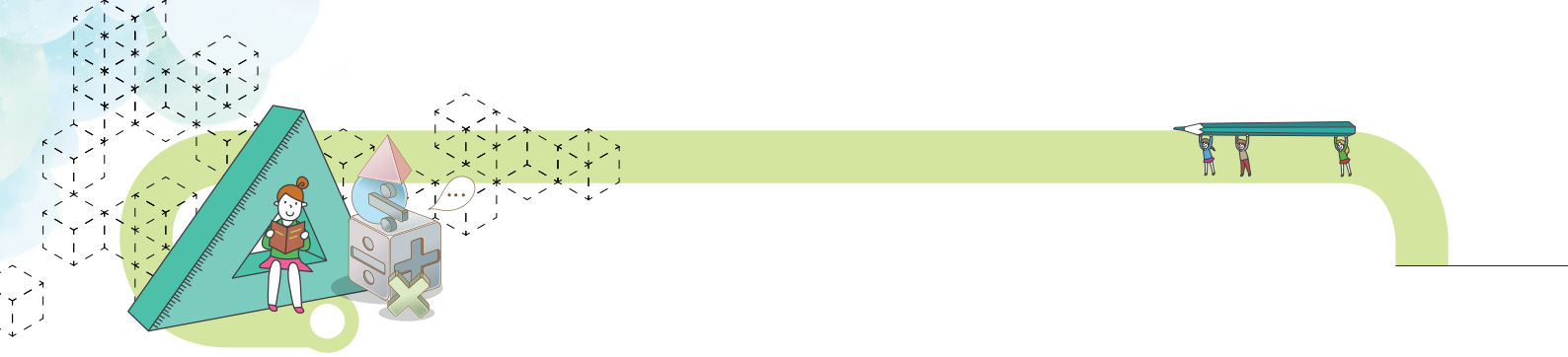
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | | | 3 | 6 |
| | 6 | 4 | 2 | | |
| | | 5 | 1 | 6 | |
| 1 | 2 | | $\boxed{a}$ | 4 | |
| 6 | | | 3 | | |
| | | 3 | | $\boxed{b}$ | 5 |

(7) $\boxed{a} + \boxed{b} = \square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | | 6 | 1 | | |
| 5 | | | | 6 | 2 |
| | | 1 | | 5 | $\boxed{a}$ |
| | 4 | | 2 | | |
| 4 | 5 | | | | 1 |
| | $\boxed{b}$ | 2 | 5 | | 4 |

(8) $\boxed{a} + \boxed{b} = \square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 6 | 4 | | 2 | |
| | 3 | | 1 | 6 | |
| | | 6 | $\boxed{b}$ | 5 | |
| 5 | | | 6 | | 1 |
| 4 | | 3 | | | 6 |
| $\boxed{a}$ | 2 | | 5 | | |



(9) $\boxed{a}+\boxed{b}=\square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | | | 4 | 1 |
| | | | 2 | | 5 |
| 2 | | 6 | | | |
| 1 | 4 | $\boxed{a}$ | | 3 | |
| 4 | 6 | | 5 | | |
| | | 3 | $\boxed{b}$ | 1 | 6 |

(10) $\boxed{a}+\boxed{b}=\square$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | | 3 | | $\boxed{a}$ | 5 |
| 2 | | 5 | | 6 | |
| | 2 | 4 | | 5 | 3 |
| 3 | 5 | | 4 | 1 | |
| | 4 | $\boxed{b}$ | 5 | | 1 |
| 5 | | | 2 | | 6 |

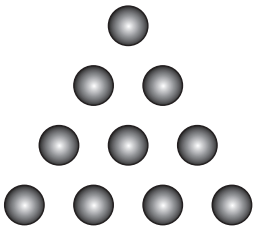
**2** 다음 수독 3×3의 81칸의 정사각형 안에 모든 가로 9칸, 모든 세로 9칸, 모든 굵은 테두리의 3×3의 9칸에 1부터 9의 숫자가 중복되지 않게 숫자를 모두 넣고, $a$, $b$, $c$에 해당하는 숫자의 합을 구하여라.

$\boxed{a}+\boxed{b}+\boxed{c}=\square$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | | 9 | 8 | | 7 | 2 | |
| 4 | 9 | | $\boxed{a}$ | 5 | 7 | 3 | | 1 |
| 5 | | 8 | 2 | | | | 6 | 4 |
| | 2 | 5 | 4 | | 9 | 8 | 1 | |
| 8 | $\boxed{b}$ | 3 | 1 | 2 | | 5 | 7 | |
| | 6 | 1 | | 7 | 8 | 2 | | 3 |
| 6 | | 7 | 3 | | | $\boxed{c}$ | 5 | 8 |
| 3 | | 4 | | 6 | 5 | 1 | 9 | |
| 2 | 5 | 9 | 8 | 4 | | | 3 | 7 |

# 사고력 퀴즈

**1** 바둑알(또는 동전) 10개가 아래 그림과 같이 삼각형을 이루고 있다. 이 바둑알(또는 동전) 3개를 옮겨 역삼각형(모양이 거꾸로 된 삼각형)을 만들어 보아라.(단, 3개만 움직여야 한다.)



**2** 다음은 한글을 숫자로 암호화 한 것이다. 물음에 답하여라.

한글 암호

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ㄱ | ㄴ | ㄷ | ㄹ | ㅁ | ㅂ | ㅅ | ㅇ | ㅈ | ㅊ | ㅋ | ㅌ | ㅍ | ㅎ |
| $1\frac{1}{2}$ | $2\frac{1}{2}$ | $3\frac{1}{2}$ | $4\frac{1}{2}$ | $5\frac{1}{2}$ | $6\frac{1}{2}$ | $7\frac{1}{2}$ | $8\frac{1}{2}$ | $9\frac{1}{2}$ | $10\frac{1}{2}$ | | | | |
| ㅏ | ㅑ | ㅓ | ㅕ | ㅗ | ㅛ | ㅜ | ㅠ | ㅡ | ㅣ | | | | |

(1) 다음 숫자 암호를 한글로 고쳐라.

$7\ 7\frac{1}{2}\ 14\ 1\frac{1}{2}\ 1\ 8\ 7\frac{1}{2}\ 3\frac{1}{2}\ 2\ 4\ 10\frac{1}{2}\ 12\ 1\frac{1}{2}\ 5\ 1\ 7\frac{1}{2}$

(2) 다음 한글을 숫자 암호로 고쳐라.

원리를 알면 수학이 쉬워진다.

재미난 수학 이야기~

# 읽을 거리

## 1. 0의 용도와 기원

'0'의 발견은 인류 문명의 역사에서 가장 중요한 업적 중의 하나이다. 어떤 면에서는 바퀴의 발명보다도 중요할 수 있다. '0'의 결정적인 역할은 수를 기록할 때 자리를 나타내 준다는 것이다.

종이 위에 '1 2'가 쓰여 있다면 이것은 몇을 의미할까?
12 ?, 102 ?, 1002 ?

'232'를 볼 때, 우리는 앞의 2는 200을, 뒤의 2는 2를 나타낸다고 생각한다. 이렇듯 위치한 곳에 따라서 '200', '2'와 같이 의미하는 값이 달라지는 수 표현 방법을 '위치적 수 체계'라고 한다. 그런데, '1 2'라고 쓰면 1과 2 사이에 공백이 몇 개 있는지를 알 수 없기 때문에 정확히 얼마를 나타내는지 알 수 없다. 하나 더 예를 들어 보면 408이 의미하는 바를 풀어써 보면, $4\times100+0\times10+8\times1$이 될 것이다. 만일 0이라는 수가 없다면 10의 자리를 나타낼 수 없으므로 408과 같은 수를 쓸 수 없음은 물론 48, 480, 408000, 4800 등과 혼동이 될 것이다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 빈 공간을 표시할 기호가 필요하게 되었다.

'영'에 해당하는 기호를 처음으로 사용하기 시작한 것은 **기원전 200년경의 바빌로니아** 사람들이다. 그들이 '영'의 기호를 사용했다는 기록이 남아 있기는 하지만, 이것은 숫자가 없는 곳에 '빈자리'를 나타내기 위해 쓴 것일 뿐, '영'을 수로 인정했다거나, 계산에 사용한 것은 아니었다. 또 인도에서 0을 어떻게 발전시켜왔는지는 잘 알려져 있지 않으나 기원전 2세기경의 인도 기호에는 영의 기호가 없었고, 위치에 따라 자리 값이 달라지는 '위치적 수 체계의 원칙'도 없었다. 언제부터 인도에서 영의 기호를 사용하였는지는 명확하지 않지만, 다음과 같은 추측이 있다.

인도에서는 밤하늘에 깜박이는 별이 지구에서 바라보면 점이나 작은 원처럼 보인다고 해서 '•' 이나 '0'으로 표시하고, 이것을 슈나(영)라고 하였다. 또한 창조신인 범천(브라흐마)을 슈나로 여긴 종교적인 이유와도 일치하여 무를 의미하는 슈나 라는 개념이 '•(점)' 이나 작은 원 '0'으로 나타내는 방법으로 발전하였다.

현재 사용하고 있는 영(0)이 처음으로 등장한 것은 서기 876년 인도에서 쓰인 것으로 기록되고 있다. 최근 연구에 의하면, 인도보다 수세기 이전에 마야 인들이 자리의 원칙과 영

의 사용에 의한 위치적 수 체계를 완성했다고 한다. 마야 인들은 0의 기호로 를 사용했다.

## 2. 암호화에 유용한 소수

소수에 대한 연구는 아주 일찍부터 이루어졌다. 기원전 약 300년 전의 수학자 유클리드(Euclid)는 이미 소수가 무한히 많다는 것을 증명하여 소수의 개수에 대한 궁금증을 해결했다. 소수는 무한히 많으므로 제일 큰 소수가 존재하지 않는다는 것을 알면서도 사람들은 더욱 큰 소수, 새로운 소수를 찾으려는 노력을 계속해왔다.

그렇다면 수학자들은 왜 이렇게 큰 소수를 찾는 일에 관심을 쏟는 것일까? 소수를 찾는 것 자체가 수학적으로 큰 의미를 지니기도 하지만, 오늘날 소수는 암호학에서 중요한 역할을 하기 때문이다. 아주 큰 두 소수를 곱하여 합성수를 만들고, 그 합성수가 어떤 두 수의 곱인지 알아야 암호를 풀 수 있게 하는 것이다.

두 개의 큰 수를 곱하는 것은 순식간이기 때문에, 그 역과정인 소인수분해를 할 때도 시간이 얼마 걸리지 않을 것이라 예상하겠지만, 속도가 아무리 빠른 슈퍼컴퓨터라 할지라도 큰 수를 소인수분해 하는 데에는 오랜 시간이 걸린다. 주어진 수를 소인수분해하기 위해서는 그 수의 제곱근보다 작은 소수들로 그 수를 차례대로 나누어보면 된다.

물론 최근에는 이런 방법이 아니라 효율적으로 소인수분해를 하는 알고리즘을 개발하여 적용하고 있지만, 여전히 큰 수를 소인수분해하기 위해서는 상상을 초월할 만큼 긴 시간이 걸린다. 실제로 풀리지 않는 암호는 존재하기 어렵기 때문에 잘 만들어진 암호란 해독하기까지의 시간을 오래 지연시킬 수 있는 것을 말한다. 그런 측면에서 볼 때 소인수분해를 이용한 암호화 방법은 효율성이 높다.

NOTE