

100 문제를 푸는 것보다 **원리**를 가르칩니다!

중·고등 **고난도** 수학적 사고 시스템 및 이론 확립

(KMO · 과학고 · 영재고 · 자사고 대비서)

도전 원리 탐구

Challenge
the Discovery of
Dharma Series **A**
(정수론)

저자 최경호 지음



홈페이지(www.m1239.co.kr) 동영상 강의 및 풀이

원리탐구

제 1장 배수 · 소수 · 합성수

1. 정수표시법

특별한 약속이 없는 한, 사용되는 문자 $a, b, m, n, p, q, \dots$ 는 모두 십진법의 정수를 나타내고, 사용되는 문자는 정수로서 $\overline{ab}$ 또는 $\overline{mn}$, $\overline{abc}$ 또는 $\overline{pq}$ 등으로 표기 된다. 그 중, 한 문자는 한 자리 또는 여러 자리 정수로 표시된다.

두 자리 수 $53 = 5 \times 10 + 3$ 이고, 세 자리 수 $532 = 5 \times 100 + 3 \times 10 + 2, \dots$ 이므로, 사용되는 문자 숫자(또는 십진법 숫자)로 표시되는 두 자리 수, 세 자리 수, $\dots$, 다음과 같이 쓰여 진다.

$$\overline{ab} = 10a + b, \overline{abc} = 100a + 10b + c$$

이를 **정수의 다항식 표시법**이라고 한다.

일반 형식은 k 자리 수

$$\overline{a_k a_{k-1} \dots a_1} = a_k \times 10^{k-1} + a_{k-1} \times 10^{k-2} + \dots + a_2 \times 10 + a_1$$

그 중, $a_1, a_2, \dots, a_k$ 모두 한 자리 숫자이고 $a_k \neq 0$, a_1 를 첫째자리 숫자, a_k 를 둘째 또는 가장 큰 자리 숫자라고 한다.

2. 나누어떨어짐

1. 나누기

정수 a 와 b 에 대하여 a, b 를 $a = b \times q + r$ 과 같이 표시해보자.

예를 들면 $7 = 2 \times 3 + 1$ 과 같이 표시하자. 이 때 이 표현은 유일하지 않다. 즉 7과 3에 대하여 $7 = 2 \times 3 + 1 = 3 \times 3 + (-2) = 1 \times 3 + 4 = \dots$ 와 같이 수없이 많은 표현이 존재한다. 그런데 이 때 $0 \leq r < b$ 를 만족하는 표현은 유일하다. 이와 같이 두 정수 a 와 b 에 대하여 a, b 를 $a = b \times q + r$ ($0 \leq r < b$)와 같이 표현한 것을 a 를 b 로 나눈 것이라고 하고 a 를 나누어지는 수(피젯수), b 를 나누는 수(젯수), q 를 몫, r 을 나머지라고 한다.

2. 나누어떨어짐의 정의

만약 어떤 정수 a 와 0이 아닌 정수 b 에 대하여 한 정수 q 가 있고, 등식 $a = bq$ 가 성립하면, a 는 b 로 나누어떨어진다고 하고, $b|a$ 로 표기한다. 그 중 a 를 b 의 배수, b 는 a 의 약수(또는 인수)라고 한다.

이 때, a 와 q 는 음이 아닌 정수, b 는 양의 정수이고 0은 될 수 없다.

3. 배수와 약수의 성질

- (1) 만약 $b|a$ 이면, $b|ac$ ($c \neq 0$)이다.
- (2) 만약 $e|a, e|b, e|c$ 이고 $d = k_1 a \pm k_2 b \pm k_3 c$ 이면 $e|d$ 이다. (k_1, k_2, k_3 는 정수)
- (3) 만약 $a \pm b = c \pm d$ 이고 $e|a, e|b, e|c$ 이면 $e|d$ 다.

4. 수의 나누어떨어짐의 특징

- (1) ① 만약 a 의 일의 자리수가 2 또는 5로 나누어떨어지면, $2|a, 5|a$ 이다.
 ② 만약 a 의 끝 두 자리 수가 4 또는 25로 나누어떨어지면, $4|a, 25|a$ 이다.
 ③ 만약 a 의 끝 세 자리 수가 8 또는 125로 나누어떨어지면, $8|a, 125|a$ 이다.
 (2) 만약 a 의 각 자리 수의 합이 3 또는 9로 나누어떨어지면, $3|a, 9|a$ 이다.
 (3) 만약 a 의 홀수 자리수의 합과 짝수 자리수의 합의 차이가 11로 나누어떨어지면 $11|a$ 이다.
 (4) 만약 a 의 1의 자리로부터 3자리씩 끊어서 각 세 자리 수를 더하고 빼서 그 결과가 7 또는 13으로 나누어떨어지면, $7|a, 13|a$ 이다.
 (5) 만약 x, y 가 서로 소인 자연수이고 $x|a$ 이고, $y|a$ 이면, $xy|a$ 이다.

이상 5개 성질은 역도 성립한다. 예를 들어 “만약 $2|a$ 이면, a 의 일의 자리 수가 2로 나누어떨어진다.” (증명은 원리탐구 I 참조)

100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

1 탐구예제



$\overline{abc}$ 는 서로 다른 세 자리수이고, 이 수는 각 자리 숫자의 합의 k 배와 같다면, $\overline{abc}$ 의 각 자리 수를 모두 바꾼 모든 새로운 수들의 합은 $\overline{abc}$ 의 각 숫자의 합의 ()배와 같다.

풀이 답: $111 - k$

(해1) $\overline{abc}$ 가 각 자리수의 합의 k 배이므로 $\overline{abc} = 100a + 10b + c = k(a + b + c) \dots \textcircled{1}$

$\overline{abc}$ 의 각 자리수를 바꾼 모든 새로운 수 $\overline{bca}$ 와 $\overline{cab}$ 의 합

$\overline{bca} + \overline{cab} = 101b + 110c + 11a = x(a + b + c) \dots \textcircled{2}$ 에서 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 하면

$111(a + b + c) = (x + k)(a + b + c)$, $a + b + c \neq 0$ 이므로 $111 = x + k$, $x = 111 - k$ 이다.

(해2) $\overline{abc} = 100a + 10b + c = k(a + b + c)$, $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 111(a + b + c)$ 에서

$\overline{bca} + \overline{cab} = 111(a + b + c) - \overline{abc} = 111(a + b + c) - k(a + b + c) = (111 - k)(a + b + c)$ 이다.

그러므로 $111 - k$ (배)이다.

2 탐구예제



만약 $ab+cd$ 가 $a-c$ 로 나누어떨어지면, $ad+bc$ 또한 $a-c$ 로 나누어떨어짐을 증명하여라.

풀이 답: 해설 참조

(증명1) $(ab+cd)-(ad+bc) = ab-bc+cd-ad = b(a-c)-d(a-c)$ 에서 $ab+cd, b(a-c), d(a-c)$ 모두 $a-c$ 로 나누어떨어진다. 약수와 배수의 성질 (3)에 의하여, $ad+bc$ 또한 $a-c$ 로 나누어떨어진다.

(증명2) $\overline{ad+bc} = \overline{ad+bc} + \overline{ab-ab} + \overline{cd-cd} = \overline{ab+cd} + d(a-c) - b(a-c)$
 $= \overline{ab+cd} + (a-c)(d-b)$

(증명3) $a=c$ 를 $ab+cd$ 에 대입하면 $cb+cd=0$ (인수정리)이다.

$a=c$ 를 $ad+bc$ 에 대입하면 $cd+bc=0$ 이므로 $ad+bc$ 또한 $a-c$ 로 나누어떨어진다.

유제 1

두 자리 수는 그의 각 자리수의 합의 k 배와 같다. 만약 이 두 자리 숫자의 위치를 바꾼 새로운 수는 그의 각 자리수의 합의 ()배와 같다.

유제 2

m, n 이 서로 소이고 $m+n$ 이 $(m+n)^2 - 7mn$ 을 나누어떨어지게 할 수 있을 때, m, n 을 구하라.

100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

3 탐구예제



어떤 정수가 8로 나누어떨어지면, 이 수의 일의 자리 숫자와 십의 자리 숫자의 2배 및 백의자리숫자의 4배의 합은 8로 나누어떨어지며, 역 또한 성립함을 증명하여라.

풀이 답: 해설 참조

$A = a_n \cdot 10^{n-1} + a_{n-1} \cdot 10^{n-2} + \dots + a_3 \cdot 10^2 + a_2 \cdot 10 + a_1$ 라면

$a_n \cdot 10^{n-1} + a_{n-1} \cdot 10^{n-2} + \dots + a_4 \cdot 10^3$ 이 8로 나누어떨어지므로 ($8 \mid 10^3$ 이기 때문)

$a_3 \cdot 10^2 + a_2 \cdot 10 + a_1$ 만 살펴보면 된다.

따라서 $a_3 \cdot 10^2 + a_2 \cdot 10 + a_1 = 8(12a_3 + a_2) + (4a_3 + 2a_2 + a_1)$ 이다.

그러므로 A 가 8로 나누어떨어지면, $4a_3 + 2a_2 + a_1$ 는 8로 나누어떨어진다.

역의 경우 $4a_3 + 2a_2 + a_1$ 이 8로 떨어지면, A 또한 8로 나누어떨어진다.

유제 3

7 자리 자연수 $\overline{62xy427}$ 이 99의 배수일 때, x, y 의 값을 구하여라.

4 탐구예제



568의 오른쪽에 3개 숫자를 보충하여 만들어진 6 자리 수 중에서 3, 4, 5로 각각 나누어떨어지는 가장 작은 6 자리의 수를 구하여라.

풀이 답: 568020

구하려는 6 자리 수를 $N = 568\overline{abc}$ 라고 하자.

(i) N 은 5로 나누어떨어지므로 c 는 0 또는 5이다.

(ii) N 은 4로 나누어떨어지므로 $\overline{bc}$ 는 4의 배수이고, (i)과 결합하여 $\overline{bc}$ 는 00, 20, 40, 60, 80이다.

(iii) N 은 3으로 나누어떨어지므로 568a00, 568a20, 568a40, 568a60, 568a80의 각 자리 수의 합이 3으로 나누어떨어지는 최소의 a 는 각각 2, 0, 1, 2, 0이므로 구하려는 최소의 수는 568020이다.

유제 4

모두 홀수 숫자로 만들어진 수들 중에서 125로 나누어떨어지는 최소의 6자리 수를 구하여라.

100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

5 탐구예제



$7^{82} + 8^{161}$ 이 57의 배수임을 알고 $7^{83} + 8^{163}$ 도 57의 배수임을 증명하여라.

풀이 답: 해설 참조

$$\begin{aligned} 7^{83} + 8^{163} &= (7^{82} + 8^{161}) \times 7 - 7 \times 8^{161} + 8^{163} \\ &= 7(7^{82} + 8^{161}) + 8^{161}(8^2 - 7) = 7(7^{82} + 8^{161}) + 57 \cdot 8^{161} \end{aligned}$$

$7^{82} + 8^{161}$ 이 57로 나누어떨어지므로 $7^{83} + 8^{163}$ 도 57로 나누어떨어진다.

유제 5

$3^{32} + 5 \times 2^{31}$ 이 19의 배수임을 알고 $3^{35} + 5 \times 2^{34}$ 도 19의 배수임을 증명하여라.

100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

6 탐구예제



12진법에서 3, 11의 배수 판정법을 설명하여라.

(단, 십진법의 수 10, 11, 12를 각각 $\alpha, \beta, 10_{(12)}$ 라고 하자.)

풀이 답: 해설참조

십진법에서 배수의 증명방법을 응용해보자.

12진법의 수를 $N = \overline{a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1} = a_n \times 10_{(12)}^{n-1} + a_{n-1} \times 10_{(12)}^{n-2} + \cdots + a_2 \times 10_{(12)} + a_1 \times 1$ 이라 하자.

(i) $10_{(12)} = 3 \times 4$ 이고, a_2 자리 이상은 항상 $10_{(12)}$ 의 배수이므로 3으로 나누어떨어진다. 그러므로 a_1 이 0 또는 3의 배수이면 N 도 3의 배수이다.

(ii) $N = a_n \times 10_{(12)}^{n-1} + a_{n-1} \times 10_{(12)}^{n-2} + \cdots + a_2 \times 10_{(12)} + a_1 \times 1$
 $= a_n \times (10_{(12)}^{n-1} - 1) + a_{n-1} \times (10_{(12)}^{n-2} - 1) + \cdots + a_2 \times (10_{(12)} - 1) + (a_n + a_{n-1} + \cdots + a_1)$

$a_n \times (10_{(12)}^{n-1} - 1) + a_{n-1} \times (10_{(12)}^{n-2} - 1) + \cdots + a_2 \times (10_{(12)} - 1)$ 이 β 로 나누어떨어지므로
 $a_n + a_{n-1} + \cdots + a_1$ (각 자리 수의 합)이 β 의 배수이면 N 도 β 의 배수이다.

유제 6

12진법에서 16의 배수 판정법을 설명하여라.

(단, 십진법의 수 10, 11, 12를 각각 $\alpha, \beta, 10_{(12)}$ 라고 한다.)

100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

3. 소수와 합성수

1. 소수의 판별법

a, b, q, r 모두 양의 정수라 하자.(단, $q < b$, $a \div b = q \cdots r$ 일 때, 반드시 $r < b$ 이다.)

그러면 $a = bq + r < b(q+1) \leq b^2$ 이고, a 는 b 보다 작은 모든 소수로 나누어떨어지지 않을 때, a 는 반드시 소수이다.

예를 들어 $197 < 15^2 (15^2 = 225, 14^2 = 196)$ 이면, 15보다 작은 모든 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13 모두 197을 나눌 수 없다. 따라서 197은 소수이다. ($\sqrt{a}$ 이하의 소수로 나누어떨어지지 않으면 a 는 소수이다.)

2. 소수와 합성수의 성질

(1) 소수의 개수는 무한대로 많고 제일 적은 것은 2이며 가장 큰 것은 쓸 수가 없다.(시작은 있어도 끝이 없다)[뒷면 증명참조]

(2) 2보다 큰 짝수는 모두 합성수이다. 즉, 2는 소수 중 유일하게 짝수이며, 기타 소수는 모두 홀수이다.

(3) $F = 4k + 3$ (k 는 자연수)과 같은 수 F 는 합성수 또는 소수에 상관없이 모두 두 양의 정수의 제곱 합으로 표시할 수 없다.

(만약 $k = 2, F = 11$; $k = 6, F = 27$ 일 때, 직접 해보기 바란다.)

(4) n 이 어떤 자연수일 때, $P_n = 4n + 1$ 이 소수가 되면 P_n 은 유일한 두 개의 양의 정수의 제곱의 합이다. 예를 들어 $P_7 = 29 = 5^2 + 2^2$ ($0 < 29 < 6^6$ 이기 때문에, 단지 1, 2, 3, 4, 5중에서 두 수를 선택할 수 있고, 계산해보면 5, 2를 구할 수 있다.)

$$P_9 = 37 = 6^2 + 1^2; P_{10} = 41 = 5^2 + 4^2; P_{13} = 53 = 7^2 + 2^2$$

(5) 2와 3을 제외한 모든 소수 Q 는 $Q = 6n - 1$ 또는 $Q = 6n + 1$ 로 표시될 수 있다.(단, n 은 양의 정수)

Q 가 양의 정수이고 6으로 나눌 때, 그 몫을 m 이라 하면 나머지는 1, 2, 3, 4, 5중에 하나일 수밖에 없다. (m 은 양의 정수)

$$\text{즉, } Q = 6m + \begin{cases} 2 \\ 3 \\ 4 \end{cases} = \begin{cases} 2(3m+1) \\ 3(2m+1) \\ 2(3m+2) \end{cases} \text{ 일 때는 확실히 합성수이다.}$$

$$Q = 6m + \begin{cases} 1 \\ 5 \end{cases} = \begin{cases} 6m+1 \\ 6m+6-1 = 6(m+1)-1 \end{cases} \text{ 일 때는 단지 1 또는 합성수, 소수가 가능하고}$$

소수 Q 를 $6n \pm 1$ 형식으로 표현할 수 있다.

[주의] : 소수 Q 는 모두 $6n \pm 1$ 의 형식으로 표시할 수 있지만, 그 역은 성립하지 않는다. 즉 $6n \pm 1$ 로 표시되는 수가 반드시 소수인 것만은 아니다.

예를 들어 합성수 $25 = 6 \times 4 + 1$, 합성수 $65 = 6 \times 11 - 1$ 등이 있다.

(6) 한 합성수가 그 자신을 뺀 전 약수(1을 포함하여)의 합으로 표현되는 합성수를 완전수라고 한다. 예를 들어 28이 바로 완전수인데 $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ 이기 때문이다. 만약 Q 와 $2^Q - 1$ 모두 소수이면 수 $N = 2^{Q-1}(2^Q - 1)$ 이 완전수를 표시한다.

(소수(素數)가 무한개 있음의 증명)

만일 소수의 개수가 유한개라면 가장 큰 소수가 존재할 것이다. 그 수를 M 이라고 가정하자.

다음과 같은 식을 만들어 보자.

$$2 \times 3 + 1 = 7 \quad (\therefore 7 \text{ 은 } 2, 3 \text{ 의 배수가 아님})$$

$$2 \times 3 \times 5 + 1 = 31 \quad (\therefore 31 \text{ 은 } 2, 3, 5 \text{ 의 배수가 아님})$$

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 + 1 = 211 \quad (\therefore 211 \text{ 은 } 2, 3, 5, 7 \text{ 의 배수가 아님})$$

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 + 1 = 2311 \quad (\therefore 2311 \text{ 은 } 2, 3, 5, 7, 11 \text{ 의 배수가 아님})$$

⋮

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \cdots \times M + 1 = N$$

그러면 N 역시 $2, 3, 5, 7, 11, \dots, M$ 의 배수가 아니다.

그런데 자연수 N 은 소수 아니면 합성수다.

만일 N 이 소수라면 M 이 가장 큰 소수라는 가정에 위배된다.

N 이 합성수라면, 모든 합성수는 소수들의 곱으로 분해할 수 있으므로 N 을 분해하면 M 보다 더 큰 어떤 소수가 있어야 한다. 이것 역시 M 이 최대 소수라는 가정에 위배된다.

따라서 소수는 유한개가 아닌 무한개다.

100 문제를 푸는 것보다 원리를 가르칩니다!

7 탐구예제



한 소수의 제곱과 한 홀수의 합이 125 가 될 때, 이 두 수를 구하여라.

풀이 답: 2, 121

소수를 p 라 하고, 홀수를 q 라 하면, $p^2 + q = 125$ 이다. q 가 홀수이므로 p^2 은 짝수이어야 한다. p^2 이 짝수이려면 p 도 짝수이어야 한다. 2 가 유일한 짝수인 소수이므로 $p = 2$ 일 수 밖에 없다. 따라서 $q = 125 - 4 = 121$ 이다.

유제 7

p, q 가 모두 소수이고 $5p+7q=29$ 일 때, p, q 의 값을 구하여라.

100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

8 탐구예제



세 개의 홀수인 소수의 곱이, 그 세 소수의 합의 11 배와 같을 때, 이 세 홀수인 소수를 구하라.

풀이 답: 3, 7, 11

이 세 홀수인 소수를 x, y, z 라고 하면, $xyz = 11(x+y+z)$ 이다.

x, y, z 가 모두 소수이므로 x, y, z 중 반드시 한 개는 11 이다. $z = 11$ 이라하면,

$xy = x + y + 11$, $xy - x - y + 1 = 12$ 이다.

$xy - x - y + 1 = (x-1)(y-1) = 12 = 2 \times 6$ 또는 3×4 또는 1×12 이다.

x, y 가 모두 홀수이므로 $(x-1), (y-1)$ 는 모두 짝수이다. $(x-1)(y-1) = 2 \times 6 = 6 \times 2$ 만 가능하다.

(i) $\begin{cases} x-1=2 \\ y-1=6 \end{cases}$ 이면 $\begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}$ (ii) $\begin{cases} x-1=6 \\ y-1=2 \end{cases}$ 이면 $\begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}$

그러므로 $x=3, y=7$ 또는 $x=7, y=3$ 이다.

따라서 구하고자 하는 세 홀수인 소수는 3, 7, 11 이다.

유제 8

세 소수의 곱이 합의 5 배일 때, 이 세 소수를 구하라.

100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

9 탐구예제



$p_i > 3$, $p_i, p_i + 4$ 는 소수이고, $i = 1, 2, 3, \dots$ 에 관하여, $S_i = p_i \cdot (p_i + 4)$ 에서 M_i 는 S_i 의 각 자리 수의 계속적 합이라면 M_k 가 한 자리 수 일 때, M_k 를 구하여라.

풀이 답: 5

$p_i > 3$, p_i 가 소수이므로 p_i 가 $6n \pm 1$ 인 수이다.(소수와 합성수의 성질(5))

만약 $p_i = 6n - 1$ 이면, $p_i + 4 = 6n + 3 = 3(2n + 1)$ 가 합성수이므로 $p_i = 6n + 1$ 이다.

$S_i = p_i(p_i + 4) = (6n + 1)(6n + 5) = 36n^2 + 36n + 5$ 이다. 또한 M_i 는 S_i 의 각 자리수의 계속적 합이므로 $M_1, M_2, \dots, M_i$ 모두 9 로 나누어 5 가 남는 수이고, M_k 는 한 자리 수이므로 $M_k = 5$ 이다.

유제 9

$p(\geq 5)$ 가 소수이면 $24|(p^2-1)$ 임을 증명하여라.

10 탐구예제



두 소수의 차가 2 인 두 소수를 쌍둥이 소수라고 한다. p 가 소수이고, p_1, p_2 는 쌍둥이 소수일 때, 다음 식을 만족하는 p, p_1, p_2 를 구하여라.

$$p(p_1 + p_2) = 108$$

풀이 답: $p = 3, p_1 = 17, p_2 = 19$

$p(p_1 + p_2) = 108$ 에서 $p_2 > p_1$ 라고하면, $p_2 - p_1 = 2$ 이므로 $p_1 + p_2 = 2p_1 + 2$ 이다.

$p(2p_1 + 2) = 108, p(p_1 + 1) = 54 = 2 \times 3^3 = 2(26 + 1) = 3(17 + 1)$ 에서 p_1 은 소수이므로 26, 17 중에서 17 이다.

$\therefore p = 3, p_1 = 17, p_2 = 19$

유제 10

p_1, p_2 가 $3(p_1 < p_2)$ 보다 큰 쌍둥이 소수라면, $p_1 + 1$ 은 6으로 나누어떨어짐을 증명하여라.

100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 **원리**를 가르칩니다!

종합문제 >>>

1. 0 이 아닌 짝수 숫자로 구성되어있고 16 으로 나누어지는 최소 5 자리 수를 구하여라.

2. 임의로 네 자리 수를 쓴 다음 이 네 자리수의 숫자의 순서를 바꾸어 다른 네 자리수를 만든 다음 이 두 수 중 큰 수에서 작은 수를 빼면 새로운 네 자리수가 얻어진다. 이 새로운 네 자리 수 중 임의로 0 이 아닌 숫자 1 개를 지우고 나머지 세 숫자만을 안다면 지운 숫자가 무엇 인가를 알 수 있다. 그 이유를 설명하여라.(예, $4321 - 1234 = 30\Box7$ 에서 $4321 - 1234$ 를 모르게 하여도 $\Box$ 가 8임을 아는 비결)

3. 세 연속된 정수의 세제곱 합이 9로 나누어지는 것을 증명하라.

4. 어떤 5자리 수에서 앞의 3개의 수로 세 자리 수를 만들면 뒤의 두 자리 수의 5배이다. 만약 이 세 자리 수를 두 자리 수의 오른쪽으로 옮겨 만든 새로운 5자리 수는 원래의 5자리 수보다 18648 크다. 원래의 5자리 수를 구하라.

100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

5. 자연수 N 을 모든 자연수의 우측에 이어 쓸 때, (예를 들어 2를 35의 우측에 이어 쓰면 352이다.) 만약 얻은 새로운 수가 N 으로 나누어지면, N 을 마술수라고 한다. 130보다 작은 자연수 중에서 마술수는 몇 개인가?

6. a 가 정수이고 $|(2a+3)(2a-9)|$ 이 소수일 때, a 가 될 수 있는 값의 합을 구하라.

7. a, b, c, d 가 모두 소수이며 $10 < c < d < 20$ 을 만족하고, $c-a$ 가 2 보다 큰 소수일 때, $d^2 - c^2 = a^3 b(a+b)$ 를 만족하는 a, b, c, d 를 구하여라.

8. p 와 $8p^2 + 1$ 모두 소수일 때, $8p^2 - p + 2$ 또한 소수임을 증명하여라.

100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

9. 어떤 정수가 다음과 같은 세 성질을 모두 만족하면 이 정수를 “행운 수” 라고 한다.
두 자리 수 중에서 최대의 “행운 수” 는 얼마인가?

- (1) 이 수와 1 의 차는 소수
- (2) 2 로 나누어 구하는 몫 또한 소수
- (3) 9 로 나누면 나머지가 5 이다.

10. 슈퍼컴퓨터가 얻은 결과 $2^{859433} - 1$ 이 소수라면, $2^{859433} + 1$ 은 소수인가, 합성수인가?

11. 자연수 n 의 각 자리수의 합이 2010 이고 모든 숫자는 0 이 아닐 때, 최소의 n 를 구 하여라.

12. 소수를 30 으로 나눈 나머지는 합성수가 아님을 증명하여라.

100 문제를 푸는 것보다
문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

13. a, b, c, d 는 서로 다른 정수이고, 방정식 $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)-9=0$ 은 정수해가 있을 때, $a+b+c+d$ 는 반드시 4 의 배수임을 증명하여라.

14. x, y 가 소수, z 는 홀수인 소수일 때, 방정식 $(x-10)(x+10+y)=z$ 를 풀어라.