Calculation
The discovery of dharma **Series E I A**

100 문제를 푸는 것 보다
문제를 푸는 **1가지 원리**를 가르칩니다!

수학 계산의 핵심은 **(소)인수분해**입니다!

계산·식 원리탐구

초 I A(초6)

Calculation
The discovery of dharma
Series E I A

최경호 지음

영재성 계발 · 발휘 프로그램

★ **계산과 법칙의 원리**를 깨우친다
★ 계산의 유기적 관계를 이해하여 **효율적 계산능력**을 기른다
★ 쉽고 빠른 계산 원리와 방법으로 **계산의 정확성과 신속성**을 기른다
★ 복잡해 보이는 문제를 간략한 **수학적 식으로 표현하는 능력**을 기른다
★ 그림이나 퍼즐 등 다양한 형식을 통하여 **계산의 흥미**를 유발한다
★ **영재성발휘의 수리적 토대**를 형성한다

원리탐구

계산·식 원리탐구 초ⅠA(초6) 차례

생활 속의 수학이야기

Calculation
The discovery of dharma **Series E** I **A**

제 1강 소수와 소인수분해(1)

1. 소수의 뜻

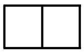
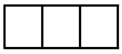
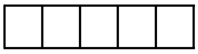
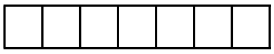
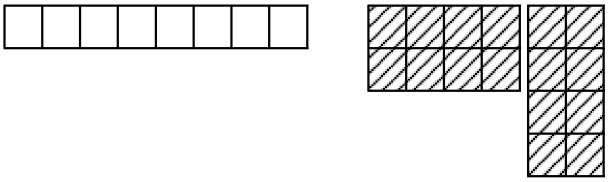
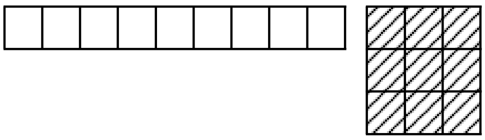
(1) 소수와 합성수

자연수는 약수의 개수에 의해 소수, 합성수, 1로 분류할 수 있다.

① **소수**($prime\ number$): **약수가 2개인 수 또는 1과 자기 자신의 수의 곱만으로 나누어 지는 수를 말한다.**

② **합성수: 약수의 개수가 3개이상 인 수 또는 1과 자기 자신 이외의 수로도 나누어지는 수를 말한다. 즉, 1과 소수가 아닌 자연수를 말한다.**

(2) 직사각형을 이용한 소수와 합성수의 구별

수	직사각형	소수 · 합성수
2		소수
3		소수
4		합성수
5		소수
6		합성수
7		소수
8		합성수
9		합성수

(※ 구별개념)

소수(素數/prime number)와 소수(小數/decimal)

우리말에서 $2, 3, 5, \cdots$도 소수, $0.1, 0.2, 0.3, \cdots$도 소수이므로 헷갈린다.

똑같이 소수라고 하지만 각각의 뜻은 다음과 같이 구별해야한다.

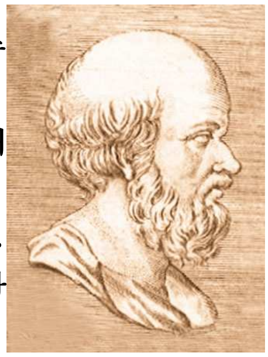
$2, 3, 5, \cdots$일 때, 소수(素;바탕, 數;수 / prime number)는 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이고, $0.1, 0.2, 0.3, \cdots$일 때, 소수(小;작다, 數;수 / decimal)는 소수점을 이용하여 나타내는 수를 말하는 것이다. 그래서 소수(素數)를 북한에서는 씨수라고 한다.

2. 소수 찾기

소수를 찾는 방법은 다음과 같이 **에라토스테네스의 체**와 **제곱수 이용하기**의 두 가지 경우가 있다.

(1) 에라토스테네스의 체

먼저 처음 홀수 1은 소수도 합성수도 아니므로 제외한다.



소수 자신을 제외한 그 소수의 배수는 모두 합성수이므로 각 소수의 배수를 지우면 소수를 쉽게 찾을 수 있다.

처음 짝수 2는 소수이다. 그러나 그 이외의 모든 짝수는 2의 배수이므로 모두 사선을 그어 지운다.

3번째 수인 3은 그보다 작은 약수(1은 제외)가 없으므로 소수이다. 3은 남겨 놓고 그 밖의 3의 배수들은 모두 지운다. 그러면 6이나 12 같은 수들은 두 번 사선이 그어진다.

이와 같은 방법으로 5, 7, 11, 13, ⋯ 등의 소수를 구하고, 그것들의 배수를 지워 나갈 때 남은 수가 소수이다. 이와 같은 방법은 일종의 노동으로 143과 같이 ***큰 수가 소수 인지를 알아보는 경우에 시간이 많이 걸리는 단점***이 있다.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

이와 같이 하였을 때 다음 표에서 지워지지 않고 남은 수 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47은 모두 소수이다.

위의 표와 같이 소수를 찾는 방법은 그리스의 수학자 에라토스테네스(*Eratosthenes*)가 발견하였다. 이 방법은 마치 체를 이용하여 소수를 걸러내는 것과 비슷하여 '에라토스테네스의 체'라고 한다.

(2) 제곱수 이용하기

합성수는 최소한 1과 자기 자신 이외의 두개의 수 이상의 곱으로 나타낼 수 있다. 즉, $6=2\times3$, $12=2\times6=3\times4=2\times2\times3$과 같이 곱으로 나타 낼 수 있다. 따라서 제곱수(똑같은 두수의 곱으로 이루어진 수)의 두개의 같은 수의 곱 중에서 하나보다 작은 소수로 나누어떨어지는가를 본다. 예를 들어 19은 $25=5\times5$보다 작으므로 5보다 작은 소수 2, 3로 나누어떨어지지 않으므로 소수이다. 91는 $100=10\times10$보다 작으므로 10보다 작은 소수 2, 3, 5, 7로 나누어 본다. $91=7\times13$이므로 합성수이다.

위의 두 가지 방법 중에서 제곱수 이용하기를 활용하면 큰 수가 소수인지 아닌지를 구별하는데 매우 유용하게 쓰인다.

제곱수란 다음과 같은 수를 말한다.

4$=2\times2$, **9**$=3\times3$, **16**$=4\times4$, **25**$=5\times5$, **36**$=6\times6$, **49**$=7\times7$, **64**$=8\times8$, **81**$=9\times9$, **100**$=10\times10$, ⋯

1 계산예제

원리탐구

다음은 제곱수를 이용하여 소수와 합성수로 구별하려고 한다. 물음에 답하여라.

(1) $\square$는 같은 수이다. $\square$에 알맞은 수를 넣고, 어떤 소수로 나누어 보아야 소수와 합성수를 구별할 수 있으며, 소수와 합성수로 구별하여보아라.

① $13 < 16 = \square \times \square$ ② $91 < 100 = \square \times \square$

(2) 다음 수를 제곱수를 이용하여 소수와 합성수로 구별하여보아라.

① 18 ② 29 ③ 79

풀이 **답: (1) ① 소수 ② 합성수 (2) ① 합성수 ② 소수 ③ 소수**

(1) ① 13은 $16 = 4 \times 4$보다 작으므로 4보다 작은 소수 2, 3으로 나누어보면 나누어떨어지지 않으므로 소수이다.

② 91은 $100 = 10 \times 10$ 보다 작으므로 10보다 작은 소수 2, 3, 5, 7로 나누어 본다.

$91 = 7 \times 13$이므로 합성수이다.

(2) ① 18은 $25 = 5 \times 5$보다 작으므로 5보다 작은 소수 2, 3로 나누어 본다. $18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$이므로 합성수이다.

② 29는 $36 = 6 \times 6$보다 작으므로 6보다 작은 소수 2, 3, 5로 나누어떨어지지 않으므로 소수이다.

③ 79는 $81 = 9 \times 9$ 보다 작으므로 9보다 작은 소수 2, 3, 5, 7로 나누어보면 나누어떨어지지 않으므로 소수이다.

유제 1

다음은 제곱수를 이용하여 소수와 합성수로 구별하려고 한다. 물음에 구하여라.

(1) $\square$는 같은 수이다. $\square$에 알맞은 수를 넣고, 어떤 소수로 나누어 보아야 소수와 합성수를 구별할 수 있으며, 소수와 합성수로 구별하여보아라.

① $14 < 16 = \square \times \square$

② $19 < 25 = \square \times \square$

③ $39 < 49 = \square \times \square$

④ $73 < 81 = \square \times \square$

(2) 다음 수를 제곱수를 이용하여 소수와 합성수로 구별하여보아라.

① 15

② 17

③ 31

④ 89

⑤ 37

⑥ 27

⑦ 16

⑧ 79

⑨ 77

⑩ 97

3. 소인수분해

(1) 소인수분해의 필요성

① 구구단으로 하기 어려운 ***두 자리 수 이상의 곱셈·나눈 셈을 암산으로 정확하고 신속하게 계산***하는 데 매우 유용하다.

예, $14\times15=2\times7\times3\times5=7\times3\times2\times5=210$, $350\div14=5\times7\times2\times5\div(2\times7)=25$

② ***약수, 배수 및 공약수, 공배수***를 찾는 데 매우 유용하게 쓰인다.

예, $6, 15$의 경우 $6=2\times3, 15=3\times5$이므로 6의 약수는 $1, 2, 3, 6$이고 15의 약수는 $1, 3, 5, 15$이고 $6, 15$의 최대 공약수는 3, 최소공배수는 $2\times3\times5=30$과 같다.

③ 공약수, 공배수를 통하여 ***분수의 사칙계산***에 매우 유용하게 쓰인다.

예, $\frac{1}{6}-\frac{1}{15}=\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times5}=\frac{1\times5}{2\times3\times5}-\frac{1\times2}{3\times5\times2}=\frac{5-2}{2\times3\times5}=\frac{3}{2\times3\times5}=\frac{1}{10}$

$\frac{7}{15}\div\frac{14}{5}=\frac{7}{3\times5}\times\frac{5}{2\times7}=\frac{1}{6}$

④ 각종 계산의 경우 될 수 있는 한 ***소인수분해를 해 놓은 다음 마지막에 곱하기나 나눗셈을 하는 순서***를 지키면 계산이 매우 정확하고 신속하게 된다.

⑤ 기타 학년이 올라가서 ***각종 식의 계산***에서 매우 편리하게 쓰인다.

다년간의 수학강의를 통하여 보면 인수분해를 하기 전까지의 ***수학 실력은 소인수분해 실력과 비례함***을 알 수 있었다.

(2) 소인수와 소인수분해

$12=1\times12=2\times6=3\times4$로 나타낼 수 있고, 이 중에서 소수인 것은 2와 3이다.

이와 같이 어떤 자연수를 곱으로 표현할 때, 그 중에서 소수인 것을 그 자연수의 **소인수**라고 한다.

합성수는 소인수들만의 곱으로 나타낼 수 있다. 이를 테면 합성수 12는 $12=2\times2\times3$과 같이 소인수들만의 곱으로 나타내어진다.

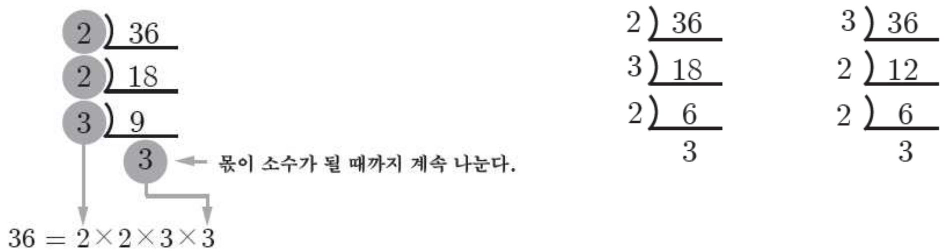
이와 같이 합성수를 그 수의 소수들만의 곱으로 나타내는 것을 **소인수분해**라고 한다. 소인수분해 한 결과는 보통 크기가 작은 소인수부터 차례로 쓴다.

(3) 소인수분해 방법

소인수분해 방법은 위와 같이 ① 밑으로 계속 나누어가기, ② 곱으로 쪼개기, ③ 암산의 3가지 방법이 있다. 이 3가지 중에서 *암산으로 하는 방법에 중점*을 둔다.

① 밑으로 계속 나누어가기

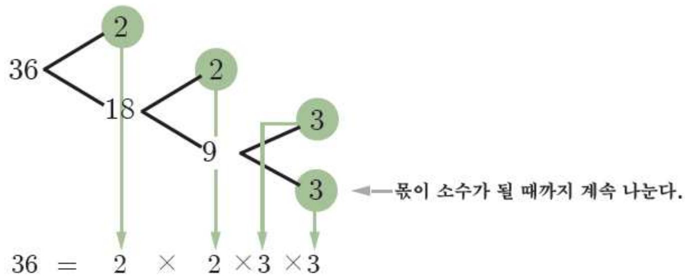
36을 아래로 내려가며 계속 몫이 소수가 될 때까지 나누는 방식으로 소인수로 나누는 순서는 다음과 같이 여러 가지로 생각할 수 있다. 그러나 왼쪽과 같이 작은 소수부터 나누는 것이 일반적이다.



위에서 36을 어떤 순서로 소인수분해하여도 그 결과는 모두 $36=2\times2\times3\times3$임을 알 수 있다. 이와 같이 소인수분해 한 결과는 소인수들의 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다.

② 곱으로 쪼개기

36을 오른쪽으로 위에는 소수 아래는 몫을 쓰면서 계속 몫이 소수가 될 때까지 나누는 방식으로 ①과 유사하게 여러 가지로 생각할 수 있으나 작은 소수부터 나누는 것이 일반적이다. 이 방법도 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 $36=2\times2\times3\times3$ 한 가지뿐이다. 다음 ③의 암산으로 하는 방법이 쉽지 않을 경우에 편리한 방법이며, 암산방법의 기초가 된다.



2 계산예제

원리탐구

다음은 수를 밑으로 계속 나누어가기 방법으로 소인수분해하고, 물음에 답하여라.

(1) □에 알맞은 수를 넣고, 소인수의 곱으로 써라.

① 12

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline \square & \square \\ \hline & 3 \end{array}$$

② 60

$$\begin{array}{r|l} \square & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline \square & \square \\ \hline & 5 \end{array}$$

(2) 소인수의 곱으로 써라.

① 30 ② 45 ③ 56

풀이

답: (1)① $2\times2\times3$ ② $2\times2\times3\times5$ **(2)** ① $2\times3\times5$ ② $3\times3\times5$ ③ $2\times2\times2\times7$

(1) ① $12=2\times2\times3$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline \boxed{2} & \boxed{6} \\ \hline & 3 \end{array}$$

② $60=2\times2\times3\times5$

$$\begin{array}{r|l} \boxed{2} & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline \boxed{3} & \boxed{15} \\ \hline & 5 \end{array}$$

(2) ① $30=2\times3\times5$ ② $45=3\times3\times5$ ③ $56=2\times2\times2\times7$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 56 \\ \hline 2 & 28 \\ \hline 2 & 14 \\ \hline & 7 \end{array}$$

유제 2

다음은 수를 밑으로 계속 나누어가기 방법으로 소인수분해하고, 물음에 답하여라.

(1) $\square$에 알맞은 수를 넣고, 소인수의 곱으로 써라.

① 8

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \\ \hline \square & \square \\ \hline & 2 \end{array}$$

② 28

$$\begin{array}{r|l} \square & 28 \\ \hline 2 & 14 \\ \hline & \square \end{array}$$

③ 42

$$\begin{array}{r|l} 2 & 42 \\ \hline \square & \square \\ \hline & \square \end{array}$$

④ 88

$$\begin{array}{r|l} \square & 88 \\ \hline 2 & 44 \\ \hline \square & \square \\ \hline & 11 \end{array}$$

(2) 소인수의 곱으로 써라.

① 16

② 25

③ 70

④ 120

⑤ 133

⑥ 63

⑦ 40

⑧ 210

⑨ 32

⑩ 125

(4) 암산으로 소인수분해하기

소인수분해 방법은 ① 밑으로 계속 나누어가기, ② 곱으로 쪼개기, ③ 암산의 3가지 방법이 있다. 이 3가지 중에서 *암산으로 하는 방법에 중점*을 둔다.
①, ②의 경우에 꼭 소인수로 나누어야 할 필요 없이 *알 수 있는 인수로 나누어 계산과정을 줄이는 것*이 좋다.
즉 $90=9\times10=2\times3\times3\times5$와 같이 암산으로 할 수 있는 부분을 활용한다.

십진법에서 $10=2\times5,100=2\times2\times5\times5,1000=2\times2\times2\times5\times5\times5,\cdots$ 과 배수판별법 및 거듭제곱을 반복학습을 하여 머릿속에서 암산으로 소인수분해하는 방법을 익힌다.
이와 같이 암산으로 소인수분해를 하면 앞의 ① 밑으로 계속 나누어가기 ② 곱으로 쪼개기 방법보다 아주 정확하고 신속한 계산을 할 수 있어 계산력 증진에 매우 효과적이다.

[암산으로 소인수분해하는 순서]

① **십진법에서** $10=2\times5,100=2\times2\times5\times5,1000=2\times2\times2\times5\times5\times5,\cdots$**을 한다. 먼저 수 중에서 끝에 계속되는 0의 개수는 2×5의 개수로 소인수분해 한다.**
② **나머지 인수 중에서 배수이론으로 인수를 곱으로 쪼갠다.**
특히 2, 5는 끝의 한 자리 수만 보면 알 수 있으므로 먼저 활용을 하고, 3, 9의 배수는 각 자리 수의 합을 보면 되므로 다음으로 활용하면 편리하다.
③ **거듭제곱이 있는가를 확인한다. 다음을 여러 번 사용하여 습관이 되면 편리하다.**
(ⅰ) $4=2\times2,\ 8=2\times2\times2,\ 16=2\times2\times2\times2,\ 32=2\times2\times2\times2\times2,\cdots$
(ⅱ) $25=5\times5,\ 125=5\times5\times5,\ 625=5\times5\times5\times5,\cdots$
위의 2, 5의 거듭제곱수를 잘 익혀두면 역으로 곱셈을 하는 경우에도 유익하게 활용된다.
(ⅲ) $9=3\times3, 27=3\times3\times3, 81=3\times3\times3\times3$
(ⅳ) $36=6\times6,\ 49=7\times7, 121=11\times11,\ 144=12\times12, 169=13\times13,\cdots$
④ **위와 같이 되지 않을 경우 소수로 직접 나누어보고 곱으로 쪼개기 방식이나 밑으로 계속 나누어가기 방식을 취한다.**

※ 배수판별법과 확장 요약

소수와 합성수의 구별이나 소인수분해 할 때, 배수이론을 응용하면 매우 편리하다.
(증명은 원리탐구Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ을 참고하고, 여기에서는 생략함)

1. 배수판별법

(1) 2, 5**의 거듭제곱 꼴의 배수**
① 2 **또는** 5**의 배수**
끝자리 수가 0**이거나** 2 **또는** 5**의 배수이면 그 수는** 2 **또는** 5**의 배수이다.**
② 4 **또는** 25**의 배수**
마지막 두 자리 수가 00**이거나** 4 **또는** 25**의 배수이면 그 수는** 4 **또는** 25**의 배수이다.**
③ $(8, 125), (16, 625) \cdots$**의 경우에 위의 (1), (2)를 응용한다.**

(2) 3 **또는** 9 **의 배수**
어떤 수의 각 자리 수의 합이 3 **또는** 9**의 배수이면 그 수는** 3 **또는** 9**의 배수이다.**

(3) 11**의 배수**
어떤 수의 홀수 자리 각 수의 합과 짝수 자리 각 수의 합의 차가 0 **또는** 11**의 배수이면 그 수는** 11**의 배수이다.**

2. 배수 판별법의 확장

앞의 배수별법을 응용하여 배수의 판별법을 확장한다.
a**가** x**와** y**의 배수이고** x, y**가 서로소일 때,** a**는** $x \times y$**의 배수이다.**
(예) 45**가** 3**과** 5**의 배수이면,** 45**는** 15**의 배수이다.**
즉, $45 = 3 \times 15$, $45 = 5 \times 9$ **이므로** $45 = (3 \times 5) \times 3 = 15 \times 3$**이다.**
6**의 배수는 지금까지의 배수의 특징에는 없지만** $6 = 2 \times 3$ **이고** 2 **와** 3 **이 서로소이므로** 2 **의 배수이면서** 3 **의 배수인 수이고,** 72 **의 배수는** $72 = 8 \times 9$ **이므로** 8 **의 배수이면서** 9 **의 배수인 수,** 15 **의 배수는** $15 = 3 \times 5$ **이므로** 3 **의 배수이면서** 5 **의 배수인 수인가를 확인하여 배수를 알아본다.**

3 계산예제

원리탐구

다음은 암산으로 소인수분해하고, 물음에 답하여라.

(1) $\square$에 알맞은 수를 넣고, 소인수의 곱으로 써라.

① $90=\square\times9=\square\times\square\times\square\times3$　　② $36=\square\times4$

(2) 소인수의 곱으로 써라.

① 99　　② 330

풀이

답: (1)① 10, $2\times3\times3\times5$ ②9, $2\times2\times3\times3$ **(2)** ① $3\times3\times11$ ② $2\times3\times5\times11$

[암산으로 소인수분해하는 순서]

① **십진법에서** $10=2\times5,\ 100=2\times2\times5\times5,\cdots$**을 한다. 먼저 수 중에서 끝에 계속되는** 0**의 개수는** 2×5**의 개수로 소인수분해 한다.**

② **나머지 인수 중에서 배수이론으로 인수를 곱으로 쪼갠다.**

③ **거듭제곱이 있는가를 확인한다.**

④ **위와 같이 되지 않을 경우 소수로 직접 나누어보고 곱으로 쪼개기 방식이나 밑으로 계속 나누어가기 방식을 취한다.**

(1) ① $90=\boxed{10}\times9=\boxed{2}\times\boxed{5}\times\boxed{3}\times3=2\times3\times3\times5$ ② $36=\boxed{9}\times4=2\times2\times3\times3$

(2) ① $99=9\times11=3\times3\times11$ ② $330=10\times33=10\times3\times11=2\times3\times5\times11$

유제 3

다음은 암산으로 소인수분해하고, 물음에 답하여라.

(1) $\square$에 알맞은 수를 넣고, 소인수의 곱으로 써라.

① $80=\square\times8$ ② $225=\square\times25$

(2) 소인수의 곱으로 써라.

① 270 ② 490

③ 44 ④ 63

⑤ 900 ⑥ 280

⑦ 363 ⑧ 210

4 계산예제

원리탐구

다음 물음에 답하여라.

(1) 1287**은 연속한 세 홀수의 곱이다. 이 연속한 세 홀수를 구하여라.**

(2) 곱해서 144**가 되고, 차가** 10**이 되는 두 자연수를 구하여라.**

(3) 한 모서리의 길이가 1 **인** 60 **개의 정육면체를 붙여서 겉넓이가 최소가 되는 직육면체를 만들고자 한다. 이 직육면체의 겉넓이를 구하여라.**

풀이

답: (1) 9, 11, 13 **(2)** 8, 18 **(3)** 94

(1) $1287=9\times143=9\times11\times13$ **이므로 연속한 세 홀수는** 9, 11, 13 **이다.**

(2) $144=12\times12=3\times4\times3\times4=2\times2\times2\times2\times3\times3=8\times18$**이므로 두 자연수는** 8, 18 **이다.**

(3) **한 변의 길이가** 1 **인 정육면체** 60 **개를 붙여서 직육면체를 만들려면** $60=a\times b\times c$ **를 만족하는 자연수** a, b, c **가 존재해야 한다.**

$60=1\times1\times60=1\times2\times30=1\times3\times20=1\times4\times15=2\times2\times15$

$\quad=2\times3\times10=2\times5\times6=3\times4\times5$ **이므로 직육면체 겉넓이의 값이 최소가 되는 경우는 직육면체의 세 모서리가 각각** 3, 4, 5 **일 때이다. 따라서 구하는 최소값은** $(3\times4+4\times5+5\times3)\times2=94$ **이다.**

유제 4

다음 물음에 답하여라.

(1) 420은 **연속한 두 수의 곱이다. 이 연속한 두 수를 구하여라.**

(2) 1320은 **연속한 세 수의 곱이다. 이 연속한 세 수를 구하여라.**

(3) **곱해서** 120**가 되고, 차가** 7**이 되는 두 자연수를 구하여라.**

(4) **곱해서** 252**가 되고, 합이** 32**이 되는 두 자연수를 구하여라.**

(5) **한 모서리의 길이가** 1 **인** 36 **개의 정육면체를 붙여서 겉넓이가 최소가 되는 직육면체를 만들고자 한다. 이 직육면체의 겉넓이를 구하여라.**(페)

5 계산예제 원리탐구

다음과 같은 규칙으로 빈 사각형 안에 주어진 수를 써넣어라.

(1) $2, 3, 4, 5$ **넣기(힌트: 5을 찾는다.)**

(2) $1, 2, 3, 4, 5, 6$ **넣기(힌트: 5, 1 을 찾는다.)(주의:** $6 = 1\times 6 = 2\times 3, 12 = 2\times 6 = 3\times 4$)

[규칙]

① **사각형의 오른쪽에 있는 점선 안의 수는 가로줄에 있는 칸의 수의 곱을 나타낸다.**
② **사각형의 아래쪽에 있는 점선 안의 수는 세로줄에 있는 칸의 수의 곱을 나타낸다.**
③ **주어진 수는 한번 씩 만 들어간다. 따라서 주어진 수를 꼭 확인하여야 한다.**

		20
		6
15		

(1)

			30
			24
2	24		

(2)

풀이 **답: 표 참조**

(1) $A\times B = 20, C\times D = 6$ **이고,** $A\times C = 15, B\times D = X$ **이므로** $A\times B\times C\times D = 20\times 6 = 15\times X$**이다. 따라서** $X = 8$**이다.** 5**의 배수는 일의 자리가** 0 **또는** 5**이므로** 20**과** 15**가** 5**의 배수이므로** $A = 5$**이다. 그러므로** $C = 3, B = 4, D = 2$**이다.**

(2) (1)**번과 같은 방법으로** $30\times 24 = 2\times 24\times Y, Y = 15$**이다.** 5**의 배수는 일의 자리가** 0 **또는** 5 **이므로** 30**과** 15**가** 5**의 배수이므로** $c = 5$**이다. 따라서** $f = 3$**이다.** $d = 1$**이면** $e = 8$**이 되어 안 된다. 그러므로** $d = 2, a = 1, e = 4, b = 6$**이다.**

A	B	20
C	D	6
15	X	

(1)

a	b	c	30
d	e	f	24
2	24	Y	

(2)

5	4	20
3	2	6
15	8	

(1)

1	6	5	30
2	4	3	24
2	24	15	

(2)

유제 5

다음과 같은 규칙으로 빈 사각형 안에 주어진 수를 써넣어라.

[규칙]

① **사각형의 오른쪽에 있는 점선 안의 수는 가로줄에 있는 칸의 수의 곱을 나타낸다.**
② **사각형의 아래쪽에 있는 점선 안의 수는 세로줄에 있는 칸의 수의 곱을 나타낸다.**
③ **주어진 수는 한번 씩 만 들어간다. 따라서 주어진 수를 꼭 확인하여야 한다.**

(1) $2, 4, 5, 25$ **넣기(힌트: 작은 수를 곱으로 나타낸다.** $8=2\times4,\ 10=2\times5, 20=4\times5$)

①

		8
		125
10	100	

②

		8
		125
50	20	

③

		20
		50
10		

(2) $2, 4,\ 8, 16,\ 5, 25$ **넣기(주의:** $32=2\times16=4\times8$)

①

			400
			320
40		8	

②

			1600
			80
128	8	125	

(3) $1, 2, 3, 4, 5, 6$ **넣기(힌트:** $5, 1$ **을 찾는다.)(주의:** $6=1\times6=2\times3, 12=2\times6=3\times4$)

①

			6
			120
4	10	18	

②

			20
			36
3		24	

종합문제

1. **다음 수를 제곱수를 이용하여 소수와 합성수를 구별하여보아라.**

(1) 61

(2) 25

(3) 83

(4) 53

(5) 65

(6) 37

(7) 91

(8) 57

(9) 209

(10) 133

(11) 79

(12) 119

(13) 143

(14) 73

2. 다음 수를 밑으로 계속 나누어가기 방법으로 소인수분해하고, 소인수의 곱으로 써라.

(1) 24

(2) 54

(3) 50

(4) 80

(5) 48

(6) 75

(7) 35

(8) 220

(9) 266

(10) 126

(11) 200

(12) 105

(13) 128

(14) 625

3. **다음은 암산으로 소인수분해하여라.**

① 60

② 54

③ 120

④ 56

⑤ 72

⑥ 180

⑦ 48

⑧ 484

⑨ 360

⑩ 2400

4. **다음 물음에 답하여라.**

(1) 1122은 **연속한 두 수의 곱이다. 이 연속한 두 수를 구하여라.**

(2) 4896은 **연속한 세 수의 곱이다. 이 연속한 세 수를 구하여라.**

(3) **곱해서** 504**가 되고, 차가** 10**이 되는 두 자연수를 구하여라.**

(4) **곱해서** 1218**가 되고, 합이** 71**이 되는 두 자연수를 구하여라.**

***(5~10)* 다음과 같은 규칙으로 빈 사각형 안에 주어진 수를 써넣어라.**

5. 2, 3, 4, 5 **넣기(힌트: 5을 찾는다.)**

(1)

		10
		12
15	8	

(2)

		8
		15
6	20	

(3)

		12
15	8	

6. 1, 2, 4, 8, 5, 25 **넣기(힌트: 25을 찾는다.)(주의:** $8 = 1 \times 8 = 2 \times 4$**)**

(1)

			20
			400
40	25	8	

(2)

			125
4	200	10	

7. 2, 3, 4, 5, 8, 25 **넣기(힌트: 3, 25을 찾는다.)**

(1)

			250
			96
20	6	200	

(2)

			150
			160
24		100	

8. **다음 사각형에 서로 다른 한자리의** 6**개의 수를 넣어라.(힌트:** 5, 7, 9 **등의 공통된 수를 찾는다.)**

			24
			315
14	20	27	

(1)

			84
			60
8	21		

(2)

9. 1~9 **까지 서로 다른 한자리수 넣기(힌트:** 5, 9, 7 **을 찾는다.)**
(주의: $6=1\times6=2\times3,\ 8=1\times8=2\times4$**)**

			30
			168
			72
108	14	240	

(1)

			24
			35
			432
135	84		

(2)

10. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11 **넣기(힌트:** 5, 11, 9 **을 찾는다.)(주의:** $12=2\times6=3\times4$**)**

			66
			120
			504
308	80	162	

(1)

			90
			792
108	462	80	

(2)

[생활 속의 수학이야기]

1. 가드너의 퀴즈

1977년 8월, 마틴 가드너는 암호문 제작에 이용된 아래와 같은 긴 공개 열쇠를 공개했어요. 그리고 이 공개 열쇠를 해독하는 퀴즈를 냈답니다.

다음 수를 소인수 분해 하시오.

114, 381, 625, 757, 888, 867, 669, 235, 779, 976, 146, 612, 010, 218, 296, 721,
242, 362, 562, 561, 842, 935, 706, 935, 245, 733, 897, 830, 597, 123, 563,
958, 705, 058, 989, 075, 147, 599, 290, 026, 879, 543, 541

위의 긴 숫자를 두 개의 소수로 소인수 분해해서 암호문을 해독해야 하는 이 퀴즈에는 아주 많은 현상금이 걸렸죠.

가드너가 이 긴 공개 열쇠를 잡지에 실은 지 무려 17년이 지난 1994년 4월 26일, 드디어 600명의 자원자로 이루어진 팀에서 위 숫자의 소인수를 발견했어요.

3, 490, 529,510,847,652,949,147,849,619,903,898,133,417,764,638,493,387,843,990,820,577**과**
32, 769,132,993,266,709,549,961,988,190,834,461,413,177, 642967992, 942, 539,798,288,533**였습니다.**

이 값을 개인 열쇠로 사용해서 푼 암호문은 일련의 숫자였는데, 이를 문자로 전환하자 다음과 같은 메시지가 나왔어요.

그것은 바로 'The magic words are squeamish ossifrage(마술의 단어는 까탈스러운 수염수리)'였습니다.

600명이라는 많은 사람이 동시에 작업을 해서 이 복잡한 문제를 해결하기까지 17년씩이나 걸렸어요. 이 사건을 계기로 아무리 어려운 암호라 할지라도 결국에는 깨진다는 것을 알게 된 것이죠. 퀴즈에 사용된 숫자는 인간에게 길어 보이지만 컴퓨터에게는 다소 작은 수였다는 사실을 잊지 마세요.

중요한 정보에 대한 보안성을 높이기 위해서는 이보다 훨씬 큰 숫자를 사용해요. 보통 사용되는 공개 열쇠의 값은 비밀 열쇠인 두 소수를 찾을 때 지구상에 있는 모든 컴퓨터가 동시에 작동한다 하더라고 우주 역사보다 더 긴 시간이 걸리는 숫자들이랍니다.

한편 1994년 피터 쇼우어라는 사람이 이 RSA암호를 해독하는 방법을 발견했답니다. 그러나 이 방법은 지금의 컴퓨터를 사용한 것이 아니라 미래의 양자 컴퓨터를 이용해야 해결할 수 있었어요. 앞으로 양자 컴퓨터가 개발되면 RSA암호는 쓸모없게 될 것입니다. 여러분이 이미 알고 있어서 쉽게 해결할 수 있는 시저 암호처럼 말이죠. 그러나 아직 양자 컴퓨터가 완벽하게 만들어지지 않았으니 현재는 염려 없이 RSA암호를 사용해도 되겠죠?

(출전: 놀이로 풀어보는 암호 세상2, 한선관・이철현 지음, 이치사이언스)

2. 생존을 위한 매미의 선택, 소수!

여름철 주변에서 흔히 볼 수 있는 참매미와 유지매미는 산란한 지 7년째에 성충이 되고, 늦털매미는 5년째에 성충이 된다고 한다. 또 북아메리카의 매미 중에는 이 기간이 13년인 것과 17년인 것도 있다고 한다.

(참매미)

(유지매미)

(늦털매미)

매미들이 성충이 되는 햇수인 5, 7, 13, 17의 공통된 특징은 무엇인가? 그것은 모두 소수란 점이다.

왜 하필 소수이어야 할까?

곤충학자의 연구에 따르면 매미가 성충이 되는 햇수가 소수인 이유는 새, 거미, 사마귀, 땅강아지와 같은 천적을 피하여 종족을 보존하기 위한 본능적인 선택의 결과라고 한다. 즉, 매미는 자신의 성장 기간을 천적의 성장기간과 달리하여 생존율을 높이는 것이다.

매미의 천적중 하나인 땅강아지의 성장 기간은 2 년이다. 만약 매미의 성장기간이 4년이라면 2와 4의 공배수는 4의 배수이므로 매미는 땅강아지와 성장기간마다 만나게 된다. 그러나 매미의 성장기간이 5년이라면 5와 2의 공배수는 10의 배수이므로 매미는 땅강아지와 10 년마다 만나게 되어 땅강아지에게 잡아먹힐 가능성이 훨씬 줄어든다.

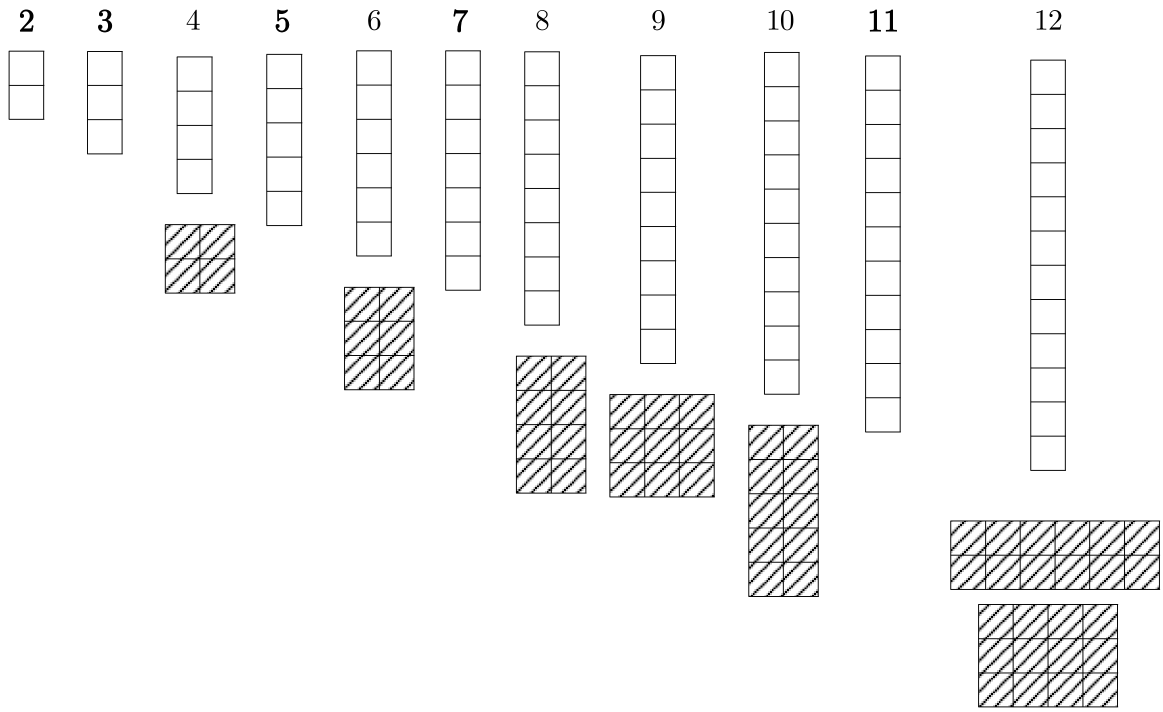
이와 같은 이유로 인해 학자들은 매미의 성장 기간이 3년, 5년이었다가 생존율을 높이기 위해서 13년, 17년으로 성장기간을 늘렸을 것이라고 추측하기도 한다.

또한 같이 경쟁을 해야 하는 다른 종의 매미와 생존 기간이 겹치는 기간이 짧아져서 보다 나은 환경에서 살 수 있기 때문이라는 설도 있다.[좋은책 신사고]

[읽을거리]

1. 사각형 속에 숨은 합성수와 소수, 제곱수

숫자와 그림을 연결시키면서 수학은 혁명적으로 발전했다.
수학적인 사고의 폭을 넓히는 가장 좋은 방법은 숫자와 그림을 연결시키는 것이다.
이것은 추상적인 상징을 눈에 보이는 형태로 이해하는 것을 의미한다.
좌뇌 영역에서 처리되는 숫자와 상징을 우뇌 영역에서 처리되는 그림과 이미지로 연결시키면서 뇌 전체가 활발히 움직이며 우리의 사고체계는 강력하게 활성화된다.
이렇게 어떤 추상적인 개념을 눈에 보이는 구체적인 형태로 나타내는 것을 ‘시각화’라고 한다.
숫자와 그림을 연결시키는 가장 간단한 방법 중의 하나는 수를 도형의 넓이로 나타내는 것이다. 한 변의 길이가 1 인 정사각형 1 개는 1 을, 2 개는 2 를, 3 개는 3 을 나타낸다.
그냥 수에 그 수만큼의 정사각형을 대응하는 것이다. 너무나 단순해서 이걸로 뭘 할 수 있을까 싶지만 이 방법만으로도 수의 성질을 알아내는 데 큰 도움을 얻을 수 있다.
2 에서 12 까지 수는 각각 넓이가 1 인 정사각형 2 개에서 12개까지에 해당한다. 그러면 정사각형들로 만들 수 있는 직사각형의 개수는 몇 개가 될까?
예를 들어 6 개의 정사각형으로는 1×6 의 직사각형과 2×3 의 직사각형, 두 개의 직사각형을 만들 수 있다. 다음 그림은 각 개수의 정사각형으로 만들 수 있는 직사각형을 직접 그린 것이다.



위 그림을 보면 2 에서 12까지 수를 두 가지로 나눌 수 있다.
한 가지 종류의 직사각형만 가능한 경우(2, 3, 5, 7, 11)와 두 가지이상의 직사각형이 가능한 수(4, 6, 8, 9, 10, 12)로 말이다.
그런데 이런 식으로 수를 분류하는 것을 예전에 어디선가 본 것 같은 느낌이 들지 않는

가? $2, 3, 5, 7, 11$. 이 수들은 자기 자신과 1 로만 나누어떨어지는 수, 즉 소수(素數)라고 배웠다. 그리고 1 과 자기 자신 외에도 나누어떨어지는 수가 있는 수 ($4, 6, 8, 9, 10, 12$) 를 합성수라고 배웠다.

두 가지의 직사각형을 만들 수 있는 수도 잘 살펴보면 다시 두 가지로 구분할 수 있다. 6 과 8 은 직사각형 모양만 가능한데, 4 와 9 는 직사각형 중에서도 모든 변의 길이가 같은 정사각형 모양이 가능하다. 흠, 그러고 보니 피타고라스가 4 와 9 를 '정사각형 숫자(square number)' 라고 불렀던 것이 생각난다.

우리는 정사각형 숫자라는 말보다는 똑같은 수를 두 번 곱했다는 뜻으로 '제곱수' 라고 부르지만 말이다.

직사각형의 넓이는 '가로$\times$세로' 로 구할 수 있다. 바꿔서 말하면 가로와 세로는 그 직사각형 넓이의 약수인 것이다.

넓이가 2 인 직사각형은 1×2 (순서를 바꾼 2×1 도 있지만 방향을 돌리면 같은 것이다) 일 수밖에 없다. 약수가 1 과 2 , 즉 1 과 자기 자신뿐이다. 하지만 넓이가 6 인 직사각형은 1×6 과 2×3 두 가지가 있어서 6 의 약수는 $1, 2, 3, 6$ 이다.

특히 $12=1\times12=2\times6=3\times4$이므로 약수는 $1, 2, 3, 4, 6, 12$ 의 6 개다.

따라서 $10=1\times10=2\times5$보다 일상생활에 편리하다.

특정한 넓이를 가진 직사각형을 만들어보면 그 넓이에 해당하는 수가 소수인지 합성수인지, 제곱수인지 쉽게 알 수 있다.

한 줄로 긴 직사각형만 가능하다면 소수이고, 여러 가지 다른 모양의 직사각형이 가능하다면 합성수이며, 정사각형 모양으로 만들 수 있다면 제곱수인 것이다.

[출처: 수학의 재미, 박종하 · 송명진 지음, 랜덤하우스, 수정]