100 문제를 푸는 것보다 문제를 푸는 1가지 원리를 가르칩니다!

원리탐구 중등수학

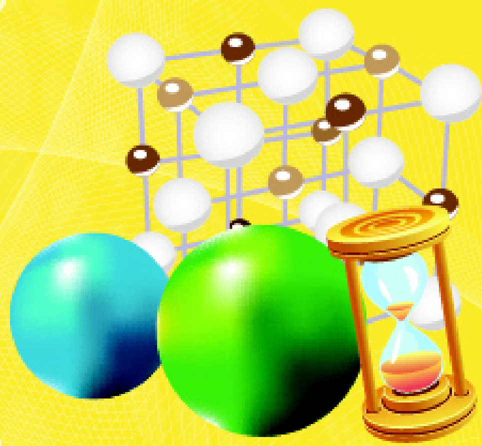
중2수학 (하)

원리이해 및 내신대비 문제 **선행편**

Mathmatics The discovery of dharma

최경호 지음

홈페이지(www.m1239.co.kr) 동영상 강의 및 풀이



원리탐구

중2(하) 선행 편 차례

제 1강

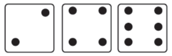
경우의 수

Ⅰ. 경우의 수

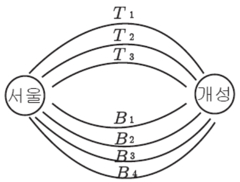
1. 사건과 경우의 수
(1) 사건: 실험이나 관찰에 의하여 일어나는 결과
(2) 경우의 수: 어떤 사건이 일어날 수 있는 모든 가지의 수

(예)

한 개의 동전을 던진다.	←	실험 • 관찰	→	한 개의 주사위를 던진다.
앞면이 나온다.	←	사건	→	짝수의 눈이 나온다.
1가지	←	경우의 수	→	3가지

2. 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수
합의 법칙: 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m가지이고, 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n가지이면
(사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수)$=m+n$(가지)
(예) 서울에서 개성까지 가려면 기차를 타도되고 버스를 타도된다. 하루에 기차는 3번, 버스는 4번 다닌다. 서울에서 개성까지 가는데 하루에 몇 가지의 다른 방법이 있는가?
그림과 같이 기차로 가는 방법 3가지와 버스 4가지가 서울에서 개성으로 가는 데 서로 관련되어 있지 않고 독자적으로 완료된다. 따라서 두 종류의 수를 합하면 $3+4=7$가지이다.



3. 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수
곱의 법칙: 두 사건 A, B가 서로 영향을 미치지 않을 때, 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m가지이고, 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n가지이면
(두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수)$=m\times n$(가지)
(예2) 서울에서 부산으로 가는 방법과 부산에서 제주도로 가는 방법이 각각 오른쪽 그림과 같을 때, 서울에서 부산을 거쳐 제주도로 가는 방법은 즉, 서울에서 부산으로 가는 방법이 3가지이고, 부산에서 제주도로 가는 방법이 2가지이므로 서울에서 부산을 거쳐 제주도로 가는 방법의 수는 $3\times2=6$(가지)이다.

(보충) 동전, 주사위를 던져서 나올 수 있는 모든 경우의 수
① m개의 동전을 동시에 던질 때 나올 수 있는 모든 경우의 수: $\underbrace{2\times2\times\cdots\times2}_{m\text{개}}=2^m$(가지)
② n개의 주사위를 동시에 던질 때 나올 수 있는 모든 경우의 수: $\underbrace{6\times6\times\cdots\times6}_{n\text{개}}=6^n$(가지)
③ m개의 동전과 n개의 주사위를 동시에 던질 때 나올 수 있는 모든 경우의 수:
$2^m\times6^n$(가지)

Ⅱ. 여러 가지 경우의 수

1. 순서를 생각하여 뽑는 경우의 수
(1) n개 중에서 r개$(r\le n)$를 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수:
$\underbrace{n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times(n-r+1)}_{n\text{부터 하나씩 작아지는 수를 }r\text{개 곱한다.}}$(가지)
① n개 중 2개를 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수: $\underbrace{n\times(n-1)}_{2\text{개}}$(가지)
② n개 중 3개를 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수: $\underbrace{n\times(n-1)\times(n-2)}_{3\text{개}}$(가지)
(2) n개를 순서를 생각하여 일렬로 세우는 경우의 수:
$n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times2\times1$(가지)

[유형1] 사람을 일렬로 세우는 문제
n명 중 3명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수

$\underline{n}\times\underline{(n-1)}\times\underline{(n-2)}$(가지)

n명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수	n명 중에서 1명을 뽑고 남은 $(n-1)$명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수	n명 중에서 2명을 뽑고 남은 $(n-2)$명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수

(예) A, B, C, D 네 사람 중에서
① 2명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는 $4\times3=12$(가지)이다.
② 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$(가지)이다.

[유형2] 정수의 개수를 구하는 문제
① 0이 포함되지 않을 때
0이 아닌 서로 다른 한 자리 숫자가 각각 적힌 n장의 카드에서 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는 다음과 같다.

백	십	일
$\underline{n}$	$\underline{(n-1)}$	$\underline{(n-2)}$ (가지)

n장 중에서 1장을 뽑는 경우의 수	백의 자리에 온 수를 제외한 나머지 $(n-1)$장 중에서 1장을 뽑는 경우의 수	백의 자리와 십의 자리에 온 수를 제외한 나머지$(n-2)$장 중에서 1장을 뽑는 경우의 수

(예) $1, 2, 3, 4$가 적힌 4장의 카드에서 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는 $4\times3\times2=24$(개)이다.

② 0이 포함될 때(가장 앞자리에는 0이 올 수 없다.)
0을 포함한 서로 다른 한 자리 숫자가 각각 적힌 n장의 카드에서 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는 다음과 같다.

백 십 일

$\underline{(n-1)}\times\underline{(n-1)}\times\underline{(n-2)}$(　가

0을 제외한 $(n-1)$장 중에서 1장을 뽑는 경우의 수	백의 자리에 온 수를 제외한 나머지 $(n-1)$장 중에서 1장을 뽑는 경우의 수	백의 자리와 십의 자리에 온 수를 제외한 나머지 $(n-2)$장 중에서 1장을 뽑는 경우의 수

(예) $0, 1, 2, 3$이 각각 적힌 4장의 카드에서 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는 $3\times3\times2=18$(개)이다.

[유형3] 자격이 다른 대표를 뽑는 문제
회원 수가 n명인 모임에서 회장, 부회장, 총무를 1씩 뽑는 방법의 수는

회장 부회장 총무

$\underline{n}\times\underline{(n-1)}\times\underline{(n-2)}$(가지)

n명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수	회장으로 뽑힌 사람을 제외한 나머지 $(n-1)$명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수	회장, 부회장으로 뽑힌 사람을 제외한 나머지$(n-2)$명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수

(예) A, B, C, D 네 명의 학생 중에서 반장, 부반장을 1명씩 뽑는 방법의 수는 $4\times3=12$(가지)

2. 순서를 생각하지 않고 뽑는 경우의 수

(1) n개 중에서 2개를 뽑는 경우의 수: $\frac{n\times(n-1)}{2}$(가지)

(예1) A, B, C 세 사람 중에서 2명을 뽑을 때

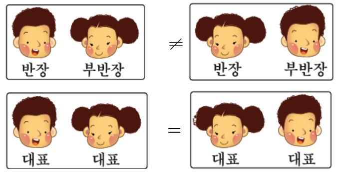
① 순서를 생각하여 뽑는 경우: $\begin{matrix} A-B & A-C & B-C \\ B-A' & C-A' & C-B \end{matrix}$이므로 $\underline{3\times2}=6$(가지)이다.

② 순서를 생각하지 않고 뽑는 경우: $A-B$, $A-C$, $B-C$이므로 $\frac{3\times2}{2}=3$(가지)이다.

즉, n개 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 뽑는 경우의 수는 다음과 같다.

$$\frac{(n\text{개 중에서 2개를 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수})}{(\text{2개를 일렬로 세우는 경우의 수})}=\frac{n\times(n-1)}{2}(\text{가지})$$

(예2) A, B, C, D 네 명의 학생 중에서



① 반장 1명, 부반장 1명을 뽑는 경우의 수:
$4\times3=12$(가지)

② 대표 2명을 뽑는 경우의 수: $\frac{4\times3}{2}=6$(가지)

(2) n개 중에서 r개를 뽑는 경우의 수:

$$\frac{(n\text{개 중에서 }r\text{개를 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수})}{(r\text{개를 일렬로 세우는 경우의 수})}$$

(예) n개 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는 $\frac{n\times(n-1)\times(n-2)}{3\times2\times1}$(가지)이다.

3. 일렬로 세울 때 이웃하여 서는 경우의 수

일렬로 세울 때 이웃하여 서는 경우의 수는 다음과 같다.

이웃하는 것을 하나로 묶어서 일렬로 세우는 경우의 수	×	묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수

(예) A, B, C, D 네 명의 학생을 일렬로 세울 때, A, B가 이웃하여 서는 경우의 수를 구해 보자.

① $\underline{A, B}, C, D$, ② $\underline{A, B}, D, C$, ③ $C, \underline{A, B}, D$

④ $D, \underline{A, B}, C$, ⑤ $C, D, \underline{A, B}$, ⑥ $D, C, \underline{A, B}$

위와 같이 먼저 이웃하는 A, B를 한 명으로 생각하여 3명의 학생을 일렬로 세우는 방법의 수를 구하면 $3\times2\times1=6$(가지)이다.

① A, B, ② B, A

그 각각에 대하여 A, B가 자리를 바꾸는 경우의 수가 2가지이므로 구하는 경우의 수는 $6\times2=12$(가지)이다.

1 선행예제

원리탐구

수돌이가 문구점에서 700 원짜리 펜을 사려고 한다. 10 원짜리 동전 5 개, 50 원짜리 동전 4 개, 100 원짜리 동전 7 개를 가지고 있을 때, 돈을 지불하는 방법의 수를 구하여라.

풀이 답: 5 가지

사건을 세는 경우, 순서에 입각하지 않고 세면 누락이나 중복의 경우가 발생하여 정확성 및 신속성이 떨어지므로 체계적으로 세는 습관을 길러야 한다. 숫자가 큰 순서 또는 작은 순서로 일관성을 가지고 세어야 만이 중복과 누락이 없이 셀 수 있다.
돈을 지불할 수 있는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.
따라서 돈을 지불하는 방법의 수는 5 가지이다.

100 원짜리	50원짜리	10원짜리
7	0	0
6	2	0
6	1	5
5	4	0
5	3	5

유제 1

수순이가 슈퍼마켓에서 300 원짜리 초콜릿을 사려고 한다. 10 원짜리 동전 5 개, 50 원짜리 동전 3 개, 100 원짜리 동전 3 개를 이용하여 돈을 지불하는 방법의 수를 구하여라.

2 선행예제

원리탐구

다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 눈의 수의 합이 3 또는 6 이 되는 경우의 수

(2) 1 에서 30 까지 숫자가 각각 적힌 30 장의 카드에서 한 장을 뽑을 때, 3 의 배수 또는 5 의 배수가 적힌 카드를 뽑는 경우의 수

풀이 답: (1) 7(가지) (2) 14 (가지)

(1) 눈의 수의 합이 3 인 경우의 수는 $(1,2),(2,1)$ 의 2 가지, 눈의 수의 합이 6 인 경우의 수는 $(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)$ 의 5 가지이므로 눈의 수의 합이 3 또는 6 이 되는 경우의 수는 $2+5=7$(가지)이다.

(2) (ⅰ) 3 의 배수가 적힌 카드를 뽑는 경우의 수는 $3, 6, 9, \cdots, 27, 30$ 의 10 가지
(ⅱ) 5 의 배수가 적힌 카드를 뽑는 경우의 수는 $5, 10, 15, 20, 25, 30$ 의 6 가지
(ⅲ) 15 의 배수가 적힌 카드를 뽑는 경우의 수는 $15, 30$ 의 2 가지
따라서 3 의 배수 또는 5 의 배수가 적힌 카드를 뽑는 경우의 수는 $10+6-2=14$ (가지)이다.

유제 2

다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 수순이가 분식집에서 주문을 하려고 하는데 메뉴에 떡볶이가 3 가지, 라면이 4 가지가 있다. 떡볶이 또는 라면 중 하나를 주문하는 방법의 수

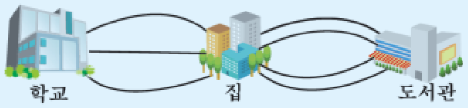
(2) 1에서 10까지 숫자가 각각 적힌 10장의 카드에서 1장을 뽑을 때 짝수이거나 5의 배수일 경우의 수

3 선행예제

원리탐구

다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 그림과 같이 학교에서 수순이네 집까지 가는 길이 3가지, 수순이네 집에서 도서관까지 가는 길이 4가지일 때, 수순이가 학교를 출발하여 집에 들렀다가 도서관에 가는 경우의 수를 구하여라.



(2) 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.

풀이 답: (1) 12가지 (2) 12가지

(1) 학교에서 집에 가는 경우의 수가 3가지, 집에서 도서관에 가는 경우의 수가 4가지이므로 학교를 출발하여 집에 들렀다가 도서관에 가는 경우의 수는 $3\times4=12$(가지)이다.

(2) 동전 한 개를 던질 때 일어날 수 있는 경우의 수는 2가지이고, 주사위 한 개를 던질 때 일어날 수 있는 경우의 수는 6가지이므로 구하는 경우의 수는 $2\times6=12$(가지)이다.

유제 3

다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 수돌이네 집에서 미술관에 가려면 지하철을 타고 A역에서 내린 다음 마을버스를 타야 한다. 집에서 A역까지 가는 지하철 노선이 3가지, A역에서 미술관까지 가는 마을버스 노선이 5가지일 때, 수돌이가 집에서 미술관까지 가는 경우의 수를 구하여라.

(2) 수돌, 학돌 두 사람이 가위 바위 보를 한 번 할 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.

4 선행예제

원리탐구

다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 서로 다른 종류의 과일이 5개 있다. 이 중 2개를 골라 A와 B에게 각각 한 개씩 줄 수 있는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라.

(2) A, B, C, D, E 5명이 화장실 출입문 앞에서 한 줄 서기를 하려고 한다. 5명이 일렬로 줄을 서는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라.

풀이 답: (1) 20가지 (2) 120가지

(1) A에게 줄 수 있는 과일은 5가지, B에게 줄 수 있는 과일은 A에게 준 과일을 제외한 4가지이므로 $5\times4=20$(가지)이다.

(2) $5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)

유제 4

다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 수돌, 학돌, 수순, 학순, 원돌, 재돌이 6명 중에서 3명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수를 구하여라.

(2) 수돌이가 국어, 영어, 수학, 과학 교과서를 책꽂이에 꽂으려고 한다. 교과서를 책꽂이에 일렬로 꽂는 경우의 수를 구하여라.

5 선행예제

다음 경우의 수를 구하여라.

(1) A, B, C, D, E 5명을 일렬로 세울 때, A가 맨 앞에, E가 세 번째에 서는 경우의 수를 구하여라.

(2) 0에서 4까지 숫자가 각각 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수를 구하여라.

풀이 답: (1) 6 (2) 48

(1) A와 E 의 위치를 고정하면 나머지 세 자 $\boxed{A\,\square\,E\,\square\,\square}$ 리에 B, C, D가 일렬로 서는 방법과 같다.

$3\times2\times1=6$(가지)

(2) 백: 0 을 제외한 4 장 중에서 1 장을 뽑는 경우의 수 ⇒ 4 가지

십: 백의 자리에 온 수를 제외한 4 장 중에서 1 장을 뽑는 경우의 수 ⇒ 4 가지

일: 백의 자리와 십의 자리에 온 수를 제외한 3 장 중에서 1 장을 뽑는 경우의 수 ⇒ 3 가지

$\therefore 4\times4\times3=48$(개)

유제 5

다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 부모님을 포함한 5명의 가족이 5인용 의자에 일렬로 앉을 때, 어머니가 가장 왼쪽에 앉고, 아버지가 가장 오른쪽에 앉는 경우의 수를 구하여라.

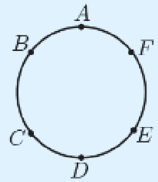
(2) 0, 1, 2, 3 의 숫자가 각각 적힌 4장의 카드 중에서 세 장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들 때, 만들 수 있는 짝수의 개수를 구하여라.

6 선행예제

다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 학생회 선거에 출마한 6명의 후보 중에서 대의원 2명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

(2) 그림과 같이 한 원 위에 있는 6개의 점 중에서 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



풀이 답: (1) 15 (2) 20

(1) 6 명 중에서 자격이 같은 대표 2 명을 뽑는 때 순서가 달라도 같은 경우이므로 경우의 수는 $\frac{6\times5}{2}=15$(가지)이다.

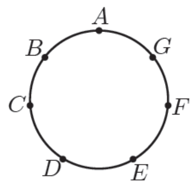
(2) 6 개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3 개를 선택할 때 3 개를 일렬로 세우는 만큼 중복되므로 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$(개)이다.

유제 6

다음 경우의 수를 구하여라.

(1) A, B, C, D, E, F 6명 중에서 3명의 대표를 뽑을 때, A가 대표로 뽑히는 경우의 수를 구하여라.

(2) 그림과 같이 원 위에 7개의 점이 있을 때, 다음을 구하여라.



① 두 점을 이어 만들 수 있는 서로 다른 선분의 개수

② 세 점을 이어 만들 수 있는 서로 다른 삼각형의 개수

7 선행예제

원리탐구

부모님, 형, 수돌이, 동생으로 이루어진 수돌이네 가족이 가족사진을 찍으려고 한다. 부모님이 이웃하여 가족사진을 찍게 되는 경우의 수를 구하여라.

풀이 답: 48

부모님을 한 명으로 생각하여 4 명을 일렬로 세우는 경우의 수를 구하면 $4\times3\times2\times1=24$(가지),
이 때, 부모님이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2 가지이므로 구하는 경우의 수는 $24\times2=48$(가지)이다.

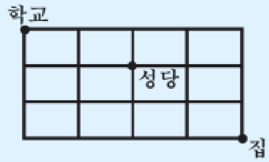
유제 7

여학생 2 명과 남학생 5 명을 일렬로 세울 때, 여학생 2 명이 서로 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

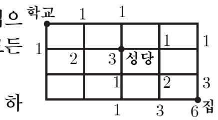
8 선행예제

원리탐구

그림은 학교에서 집까지의 길을 나타낸 것이다. 학교에서 출발하여 성당을 거쳐 집까지 가장 가까운 길로 갈 수 있는 방법은 모두 몇 가지인가?



풀이 답: 18



(1) (해1) 학교에서 성당으로 가는 방법이 3가지, 성당에서 집으로 가는 방법이 6가지이고 연결되어있으므로 학교에서 집으로 가는 모든 경우의 수는 $3\times6=18$이다.

(해2) 오른쪽으로 가는 경우를 a라고 하고, 아래로 가는 경우를 b라고 하자.

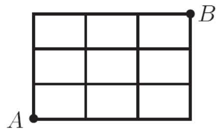
(ⅰ) 학교에서 성당까지 가려면 오른쪽으로 2번, 아래로 1번 가야 하므로 aab를 일렬로 세우는 경우의 수와 같다. 따라서 $\frac{3\times2\times1}{2\times1}=3$ 가지가 있다.

(ⅱ)성당에서 집까지 가려면 오른쪽으로 2번, 아래로 2번 가야 하므로 $aabb$를 일렬로 세우는 경우의 수와 같다. 따라서 $\frac{4\times3\times2\times1}{2\times1\times2\times1}=6$ 가지가 있다.

그러므로 학교에서 집으로 가는 모든 경우의 수는 $3\times6=18$이다.

유제 8

A지점에서 B지점까지 갈 수 있는 길을 선으로 나타낸 것이다. A지점에서 B지점까지 가장 가까운 길로 가는 방법은 몇 가지인지 구하여라.



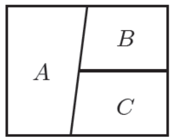
종합문제

1. 서로 다른 2개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 눈의 수의 합이 4 또는 6이 되는 경우의 수

(2) 눈의 수의 합이 5의 배수가 되는 경우의 수

2. 그림과 같이 A, B, C 의 세 부분으로 나누어진 도화지를 빨간색, 파란색, 노란색, 초록색, 보라색을 이용하여 색칠하려 고 한다. 같은 색을 여러 번 사용할 수 있으나 이웃하는 면은 서로 다른 색으로 칠하는 경우의 수를 구하여라.



3. 그림과 같은 원판을 빨강, 파랑, 노랑, 초록의 4가지 색을 이용하여 칠하려고 한다.

같은 색을 여러 번 사용할 수 있을 때, 원판을 칠하는 방법의 수를 구하여라.

① 12가지 ② 16가지 ③ 32가지
④ 64가지 ⑤ 81가지

4. A, B, C, D, E 의 5명의 학생이 있다. 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 회장, 부회장, 총무를 1명씩 뽑는 경우의 수

(2) 회장 부회장, 총무를 1명씩 뽑을 때, E 가 회장으로 뽑히는 경우의 수

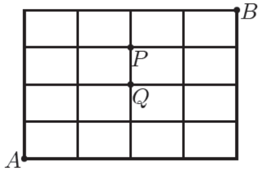
5. 아버지, 어머니, 아들, 딸 네 식구가 나란히 서서 사진을 찍을 때, 부모님이 아들과 딸 사이에서 서로 이웃하여 찍을 경우의 수를 구하여라.

6. 남자 3명, 여자 2명으로 이루어진 집단에서 대표 1명과 남녀 부대표 각각 1명씩 모두 3명을 선출하는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라.

7. 0,1,2,3 의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드로 만들 수 있는 네 자리 짝수의 개수를 구하여라.

① 6개 ② 8개 ③ 10개 ④ 14개 ⑤ 16개

8. 점 A에서 점 B까지 선을 따라 가는 데 점 Q, P를 거쳐서 가장 짧은 거리로 가는 방법은 몇 가지인지 구하여라.



9. 남학생 5 명과 여학생 2 명이 일렬로 줄을 설 때, 남학생은 남학생끼리, 여학생은 여학생끼리 줄을 서는 경우의 수를 구하여라.

10. A, B, C, D, E 다섯 사람을 일렬로 세울 때, A, B가 서로 떨어져 있는 경우의 수를 구하라.

11. 서로 다른 동전 5개를 동시에 던질 때, 앞면이 3번 나올 경우의 수를 구하여라.

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

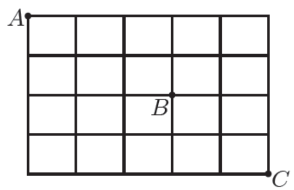
12. 2,4,5,6,7 의 숫자가 적힌 5 장의 카드에서 2 장을 뽑아서 만들 수 있는 정수 아닌 분수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 25

13. 1 에서 4 까지 숫자가 적힌 4 장의 카드에서 두 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들려고 할 때 40 미만이 될 경우의 수를 구하여라.

① 12 가지 ② 9 가지 ③ 6 가지 ④ 3 가지 ⑤ 2 가지

14. 다음 직사각형에서 점 A 를 지나 B를 거쳐 C에 이르는 최단거리는 몇 가지인지 구하여라.



① 20가지 ② 30가지 ③ 40가지
④ 60가지 ⑤ 120가지

15. 다음 각각의 경우의 수가 나머지 넷과 다른 것을 골라라.

① 1, 2, 3 의 숫자가 각각 적힌 3 장의 카드에서 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수
② 남학생 3 명과 여학생 2 명을 남자 1 명, 여자 1 명씩 짝을 지워 주는 방법
③ 네 사람이 각각 다른 세 사람과 한 번씩 악수를 할 때 악수한 총 회수
④ 동전을 세 개 던져 앞면과 뒷면이 섞여 나오는 경우
⑤ 세 가지의 모자와 세 가지의 가방이 있다. 모자 하나와 가방 하나를 고르는 방법

16. 어느 서점에 책을 사러 가보니 국어는 3 종류, 수학은 5 종류, 영어는 4 종류의 책이 있다. 이 중에서 과목이 서로 다른 2 종류의 책을 선택하는 경우의 수를 구하여라.

① 12 ② 20 ③ 24 ④ 47 ⑤ 50

17. 서로 다른 3 개의 물건을 A, B 두개의 상자에 넣는 방법의 수를 구하여라.

① 6가지 ② 8가지 ③ 12가지 ④ 24가지 ⑤ 27가지

18. 다음 중에서 경우의 수가 다른 것은 어느 것인지 구하여라.

① 라면, 쫄면, 떡볶이 중 한 가지를 주문하는 경우의 수
② 한 개의 주사위를 던질 때, 소수의 눈이 나오는 경우의 수
③ 크기가 다른 두 개의 동전을 동시에 던질 때, 적어도 앞면이 하나 나올 경우의 수
④ 두 사람이 가위, 바위, 보를 할 때, 승부가 나지 않을 경우의 수
⑤ 0, 1, 2 이 적힌 3 장의 카드로 만들 수 있는 두 자리 정수의 경우의 수

19. 세 사람이 가위 바위 보를 할 때, 승부가 날 경우의 수를 구하여라.

20. DD중학교 2 학년1 반부터 17 반까지 농구경기를 하려고 한다. 서로 한번 씩 경기한다고 하면 총 몇 번의 경기를 해야 하는지 구하여라.

① 272 ② 136 ③ 135 ④ 68 ⑤ 34

생활과 수학

1. 최다안타기록을 통해 살펴본 확률이야기

메이저리그 역사상 가장 위대한 기록중의 하나는 죠 디마지오가 세운 56경기 연속 안타의 기록일 것이다.

디마지오의 기록 이후 이에 근접한 기록조차 나오고 있지 않은걸로 봐서 당분간 이 기록이 깨지기는 어려울 것으로 보인다.

그러면 실제로 3할 타자가 56경기 연속안타라는 기록을 세울 확률은 어느 정도나 될까?

일단 타자가 한 경기에 4번 타석에 들어선다고 가정해보자.

3할 타자가 한 경기에 최소한 하나 이상의 안타를 칠 확률은 1에서 하나의 안타도 치지 못할 확률을 뺀 것이다.

3할 타자가 한 타석에서 안타를 치지 못할 확률은 0.7이므로 한 경기에서 최소한 하나이상의 안타를 칠 확률은 $1-0.7\times0.7\times0.7\times0.7$ 이 된다.

이것을 계산하면 0.76이라는 수가 나오는데 이것이 한 경기에서 최소한 하나이상의 안타를 칠 확률이다.

그러면 56경기 연속안타를 치기 위해서는 0.76을 56번 곱해주어야 한다.

이를 계산하면 약 5백만분의 1 이라는 결과가 나오는데 이처럼 희박한 확률이니 이 기록이 위대한 기록으로 불리는 것도 당연하다.

그런데 확률적으로 볼 때 이보다 더 위대한 기록이 하나 있다.

바로 테드 윌리엄즈가 세운 16타석 연속안타의 기록이다.

3할 타자가 16타석동안 연속해서 안타를 칠 확률은 0.3을 16번 연속 곱해주면 된다.

이를 계산하면 약 2억 5천만분의 1 이라는 어마어마한 확률이 나온다.

물론 연속안타 기록은 타자의 경기리듬이나 컨디션에 의해 영향을 받으므로 단순한 확률로 계산하기는 뭐하지만 어쨌든 순수한 확률 면에서 본다면 윌리엄즈의 기록이 디마지오의 기록보다 50배나 더 위대한 기록이라고 볼 수 있다.

읽을거리

1. 드 피네티 게임

이탈리아에서 태어난 수학자 드 피네티는 수학과 심리학을 모두 고려하여 개인의 주관적 확률을 측정하는 방법을 개발하였다.

어떤 사람이

"나는 내일 경기에 나가서 반드시 우승할 것이라고 100% 확신해요."라고 말한다고 하자. 정말 100% 확신이라는 것이 있을까?

이때, 드 피네티는 그 사람에게 다음과 같이 제안한다.

"나와 게임을 해요. 당신이 백만 원을 얻을 수 있는 두 가지 방법이 있다고 합시다. 첫째는 여기 빨간 공 아흔 개와 파란 공 열 개가 들어 있는 주머니에서 당신이 지금 당장 공을 하나 꺼내어 그 공이 빨간 공이면 백만 원을 가질 수 있어요. 둘째는 내일까지 좀 더 기다렸다가 경기가 끝나고 나서 당신이 우승하면 백만 원을 가질 수 있어요. 이런 경우 어느 쪽을 선택하겠어요?"

만약 그 사람이 지금 공을 꺼내기를 원한다면 그 사람의 확신은 90% 이하라고 볼 수 있다.

만약 그 사람이 경기가 끝날 때까지 기다리겠다고 한다면, 그 사람의 확신은 90%가 넘는다고 볼 수 있다. 이때에는 다시 질문을 한다.

"여기 주머니에 빨간 공 아흔 다섯 개와 파란 공 다섯 개가 들어 있어요. 당신이 지금 공을 하나 꺼내어 그 공이 빨간 공이면 백만 원을 가질 수 있어요. 아니면 경기가 끝날 때까지 기다렸다가 당신이 우승하면 백만 원을 가질 수 있어요. 어느 쪽을 선택하겠어요?

물론 이때에도 경기가 끝날 때까지 기다리겠다고 한다면, 그 사람의 확신은 95%가 넘는다고 볼 수 있다. 하지만 지금 공을 꺼내겠다고 한다면 그 사람의 확신은 95% 이하라고 말할 수 있다.

내일 일어날 일을 정말 100% 확신한다면, 지금 90%의 확률로 백만 원을 얻는 것보다, 하루를 기다려 백만 원을 얻는 것이 현명할 것이다.

〈참고 문헌 : 악젤, 윤상운 역(2006), 기회를 만드는 확률의 법칙, 북폴리오〉

"… 수학은 항상 발전하고 있고, 풍요로우며, 자신을 밝게 비춥니다. … 그런 이유 때문에 그것을 사랑하고, 공부하고, 그리고 내 삶을 거기에 헌신하고 싶어요."

-드 피네티가 어머니께 보낸 편지에서-

(출처: 중학교 수학2, 성지출판(주))